

١١

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الفرع الأدبي والشرعي

الفترة الأولى

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم



مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps

facebook.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWattlym

هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

الوحدة	المعادلات والمتباينات	
1	حلّ معادلة خطيّة بمتغير واحد	١ - ١
	حلّ نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين	٢ - ١
	حلّ نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين باستخدام الرسم البياني	٣ - ١
	حلّ نظام من معادلتين: إحداهما خطية، والأخرى تربيعيّة	٤ - ١
		٣
		٥
		٩
		١٢

يتوقع من الطلبة بعد دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف المعادلات والمتباينات في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

- ١ حلّ معادلة خطية بمتغير واحد.
- ٢ حلّ نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين بطرائق عديدة.
- ٣ حلّ نظام من معادلتين إحداهما خطية والأخرى تربيعيّة.

١ - ١ حل معادلة خطية بمتغير واحد

Solving a Linear Equation With One Variable

تعريف: المعادلة الخطية بمتغير واحد: هي معادلة يمكن كتابتها على الصورة
 $أس + ب = صفر$ ، حيث أن $أ، ب \in ح$ ، $أ \neq صفر$.

نشاط ١: أكمل الجدول الآتي:

المعادلة	نوع المعادلة	حل المعادلة الخطية بمتغير واحد
أ) $٧س - ١١ = ٣$	خطية بمتغير واحد	بإضافة النظير الجمعي للعدد -١١ لطرفي المعادلة ينتج: $٧س = ١٤$ بضرب الطرفين بالنظير الضربي للعدد ٧ ينتج: $س = ٢$
ب) $٧ - \frac{٥}{س} = ٠$	غير خطية. لماذا؟	
ج) $٣س + ٥ = -٤$		
د) $٢- = \frac{٤}{٣} -$		
هـ) $١٠ = ٥ص +$		



نشاط ٢: إذا علمت أن قاعدة مبنى المسجد القبلي الواقع

جنوبي المسجد الأقصى، مستطيلة الشكل،
 ويزيد طولها عن عرضها بمقدار ٢٥ متراً، فإذا
 كان محيطها $= ٢٧٠$ متراً، فما بُعديّ القاعدة؟
 أفرض أن طول القاعدة = $س$ متر.

عرض القاعدة بدلالة $س =$ _____ .

بها أن محيط القاعدة = ٢٧٠ متراً.

$٢((س - ٢٥) + س) = ٢٧٠$ ، لماذا؟

إذن طول القاعدة: $س = ٨٠$ متراً. عرض القاعدة: _____ .

تمارين ومسائل ١ - ١:

١ أُميِّز المعادلة الخطية بمتغير واحد مما يأتي:

أ) $س + ٣ = ص$ ب) $س - ١ = ٤$

ج) $س^٢ - ١ = صفر$ د) $ص = ٤س$

هـ) $س ص = ٩$ و) $س = \frac{س}{٣ - س}$

٢ أحلّ المعادلات الآتية:

أ) $٢س - ٣ = ٩$ ب) $٧(س - ٣) = ٢٨$

ج) $س - ٤ = ٢س - ٦$ د) $٣(س - ٥) = ٤ - (س + ٣)$

٣ طول محمد يساوي ٣ أرباع طول أحمد، والفرق بين طوليهما ٤٠, ٠ متر، أحسب طول كل منهما.

١ - ٢ حلّ نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

Solving a System of Two Linear Equations With Two Variables

أولاً : طريقة التعويض:

أتعلم: نظام المعادلات الخطية: مجموعة من المعادلات الخطية، لها المتغيرات نفسها، ويتمثل حلّ النظام الخطي في إيجاد القيم العددية لمتغيراته حيث تتحقق معادلاته جميعها في آن واحد.

مثال ١ : أحلّ نظام المعادلات الآتية:

$$ص - س = ٣$$

$$ص + ٢ = ٧$$

الحل : أ جعل أحد المتغيرين موضوع القانون وليكن ص في المعادلة ص - س = ٣

$$ص = ٣ + س$$

أعوّض قيمة ص في المعادلة ص + ٢ = ٧

$$٧ = (٣ + س) + ٢$$

$$٧ = ٥ + س$$

$$س = \frac{١}{٣} . \text{ لماذا؟}$$

$$ص = ٣ + \frac{١}{٣}$$

إذن حلّ النظام $(\frac{١}{٣}, ٣\frac{١}{٣})$

نشاط ١:

أحلّ النظام الآتي باستخدام طريقة التعويض:

$$٢س + ٥ص = ١-$$

$$ص - ٣س = ١٠$$

أرّقم المعادلات:

$$٢س + ٥ص = ١- \dots\dots\dots (١)$$

$$ص - ٣س = ١٠ \dots\dots\dots (٢)$$

أجعل ص في المعادلة (٢) موضوع القانون فتكون $ص = ١٠ + ٣س$

أعوّض قيمة ص في المعادلة (١) فينتج:

$$٢س + ٥(\dots\dots\dots) = ١-$$

إذن $٣- = ٣-$. لماذا؟

أعوّض قيمة س في إحدى المعادلتين

ومنها: $ص = \dots\dots\dots$.

إذن حلّ النظام ($\dots\dots\dots$ ، $\dots\dots\dots$).

أتحقق من صحة الحلّ.

ثانياً : طريقة الحذف:

تتلخص هذه الطريقة في التخلص من أحد المتغيرين وصولاً إلى معادلة بمتغير واحد.

مثال ٢:

أحلّ النظام الآتي بطريقة الحذف:

$$٢س - ٣ص = ٩-$$

$$٦ = ٣ + ص-$$

أرّقم المعادلات:

$$٢س - ٣ص = ٩- \dots\dots\dots (١) \text{ (بالجمع)}$$

$$٦ = ٣ + ص- \dots\dots\dots (٢)$$

الحل :

ينتج أن قيمة س = ٣- . لماذا؟
أعوّض عن قيمة س = ٣- في المعادلة (٢) فينتج:

$$٦ = ٣ + (٣-) -$$

$$١ = ص$$

$$إذن حلّ النظام (١ ، ٣-)$$

أتحقق من صحة الحلّ.



نشاط ٢:

قدّم محلّ لبيع السمك في غزة عرضاً لـ ٥ كيلو غرام من سمك السردين مع ٢ كيلو غرام من سمك البوري بـ ١١ ديناراً . و ٣ كيلو غرام من سمك السردين مع ٤ كيلو غرام من سمك البوري بـ ١٥ ديناراً. أحسب ثمن الكيلوغرام الواحد لكل نوع.

أفرض أن ثمن كيلوغرام السردين = س دينار و ثمن كيلوغرام سمك البوري = ص دينار
ينتج النظام الآتي:

$$٥ س + ٢ ص = ١١ \dots\dots\dots (١)$$

$$٣ س + ٤ ص = ١٥ \dots\dots\dots (٢) . لماذا؟$$

أضرب المعادلة (١) في العدد ٢، ينتج:

$$١٠ س + ٤ ص = ٢٢ \quad (\text{بالطرح})$$

$$٣ س + ٤ ص = ١٥$$

ينتج أن قيمة س = ١ . لماذا؟

$$إذن ص = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \text{ثمن كيلوغرام السردين}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \text{و ثمن كيلوغرام سمك البوري}$$

أتحقق من صحة الحلّ.

تمارين ومسائل ١ - ٢:

١ أحلّ أنظمة المعادلات الآتية بطريقة التعويض:

$$\text{أ} \quad \text{ص} = ٢ + \text{س} = ٧ \quad \text{ب} \quad ٤ \text{ س} + ٢ \text{ ص} = ٨$$

$$٣ \text{ س} + ٢ \text{ ص} = ٧ \quad ٣ \text{ س} + ٣ \text{ ص} = ٩$$

٢ أحلّ أنظمة المعادلات الآتية بطريقة الحذف:

$$\text{أ} \quad \text{س} + \text{ص} = ١٠ \quad \text{ب} \quad ٥ \text{ م} - \text{ب} = ٧$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٤ \quad ٧ \text{ م} - \text{ب} = ١١$$

٣ عددان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢. أجد كلاً من العددين.

حلّ نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين باستخدام الرسم البياني

٣ - ١

Solving a System of Two Linear Equations With Two Variables Using The Graph

مثال ١:

أحلّ النظام الآتي باستخدام الرسم البياني:

$$ص = س + ١$$

$$٢ = ص + س + ٤$$

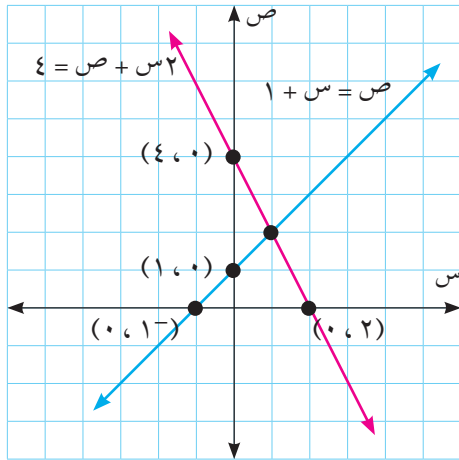
نرسم المستقيم الأول $ص = س + ١$:

٥	١-	٠	س
٦	٠	١	ص

بالطريقة نفسها نرسم المستقيم الثاني

$$٢ = ص + س + ٤$$

١	٢	٠	س
٢	٠	٤	ص



هل النقطة $(٤, ٠)$ تمثّل حلاً للنظام؟

ألاحظ في الشكل المجاور أنّ النقطة $(٢, ١)$

تمثّل حلّ النظام، لماذا؟

أتحقق من صحة الحلّ.

نشاط ١:

أحلّ النظام الآتي باستخدام الرسم البياني:

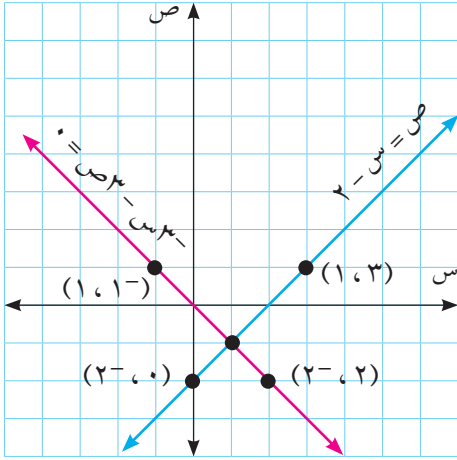
$$ص = س - ٢$$

$$٣ - س = ص٣ = صفر$$

لرسم المستقيم الأول $ص = س - ٢$ ، أكمل الجدول الآتي:

١		٠	س
		٠	ص

بالطريقة نفسها أرسم المستقيم الثاني
 $ص - ٣ = س - ٣$ = صفر.



من الرسم البياني في الشكل المجاور النقطة التي
 تمثل حل النظام: (_____ ، _____)
 أتحقق من صحة الحل.

أتعلم: إذا تقاطع مستقيمان في نقطة مثل (س، ص) فإن هذا الزوج المرتب يعدّ حلاً للمعادلتين الخطيتين معاً.

نشاط ٢: أحلّ النظام الآتي بيانياً:

$$ص = س + ١$$

$$٤ = س - ٢ = ص$$

أرسم المستقيم الأول $ص = س + ١$

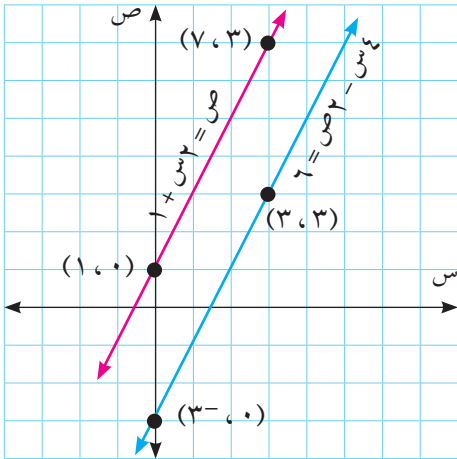
	٣	٠	س
٠			ص

بالطريقة نفسها أرسم المستقيم الثاني

$$٤ = س - ٢ = ص$$

ألاحظ الرسم في الشكل المجاور.

هل يوجد حل للنظام؟ أفسّر إجابتي.



أتعلم: إذا توازى خطان مستقيمان فإن مجموعة حلّ النظام \emptyset .

أتعلم: إذا تطابق مستقيمان فإن الأزواج المرتبة الواقعة على المستقيمين جميعها تمثل مجموعة حلّ النظام.

تمارين ومسائل ١ - ٣:

١ أحلّ أنظمة المعادلات الآتية بيانياً:

أ $ص = ٢ + س$

ب $٢ + ص = ٤$

ج $٢ + س + ٨ = ص - ١٢$

د $٣ - س - ٦ = ص$

ب $٢ - س = ص = ١$

ب $٨ = ص - ٢$

د $٢ = ص - ٢ - س$

د $٢ - ص - ٤ = س - ١ = صفر$

مهمة تعليمية (١)

من خلال دراستك لطرق حل أنظمة المعادلات الخطية بمتغيرين، أحاول حل السؤال الآتي بأكثر من طريقة:

إذا كان عدد الأسرى في سجن مجدو عام ٢٠٠٩م يزيد عن عدد أسرى سجن نفحة بـ ٦٤٠ أسيراً، وكان عدد الأسرى في السجنين هو ٢٢٤٠ أسيراً، فما عدد الأسرى في كل من السجنين في العام نفسه؟

مثال : أحلّ النظام الآتي جبرياً:

$$ص - س = ١$$

$$س^٢ + ص = ١٣$$

الحل :

$$ص - س = ١ \quad (١)$$

$$س^٢ + ص = ١٣ \quad (٢)$$

أجعل ص في المعادلة (١) موضوع القانون فينتج:

$$ص = ١ + س \quad (٣)$$

أعوّض قيمة ص في المعادلة (٢) فيكون:

$$س^٢ + (١ + س) = ١٣$$

$$س^٢ + س - ١٢ = ٠$$

$$إذن س = ٤^- أو س = ٣$$

أعوّض $س = ٤^-$ و $س = ٣$ في المعادلة الخطية (١) فيكون:

$$عندما $س = ٤^-$ فإن $ص = ٣^-$. لماذا؟$$

$$عندما $س = ٣$ فإن $ص = ٤$$$

إذن حلّ النظام $(٤, ٣)$ ، $(٣^-, ٤^-)$

نشاط :

عددان حقيقيان مجموعهما ٧ والفرق بين مربعيهما $٧ =$ ، فما قيمة العددين؟

أفرض أن العدد الأول = س ، والعدد الثاني = ص.

أعبّر عن مجموع العددين $٧ =$ فيكون:

$$س + ص = ٧ \quad (١)$$

أعبّر عن الفرق بين مربعي العددين $٧ =$ فيكون:

$$س^٢ - ص^٢ = ٧ \quad (٢)$$

أجعلُ س في المعادلة (١) موضوع القانون فينتج:
س = _____ .

أعوّض عن قيمة س في المعادلة (٢) فيكون:

$$٧ = ٢(ص - ٢) - ٢$$

إذن ص = _____ .

س = _____ .

أتحقق من صحة الحلّ.

تمارين ومسابئلة ١ - ٤ :

١ أيّ النقاط الآتية: $(-٣, ١)$ ، $(٣, -١)$ ، $(٣, ١)$ ، $(١, -٣)$ ، تمثل حلاً للنظام:

$$٨ = ٢ص - ٢س$$

$$٢ = ص + س$$

٢ أحلّ الأنظمة الآتية من المعادلات:

ب $٣س - ٢ص = ٣$

أ $٢ = ص - س$

$$١ = ص + ٢س$$

$$١٥ = ٢س - ٣ص$$

٣ مستطيل محيطه ٢٤ سم، ومساحته ٢٠ سم^٢، أجد بعديه.

مهمة تعليمية (٢)

يتقاطع طريق دوار مع طريق مستقيم، فإذا كانت معادلة الطريق الدوار هي:

$$٠ = ٢١ + ص - ٨س$$

ومعادلة الطريق المستقيم: $ص = ١ + س$

أجد نقطة / نقاط تقاطع الطريقين.

تمارين عامة:

١ اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١ ما مجموعة حل المعادلة $٧ = ٣ - س$ ؟

أ) $\{٥-\}$ ب) $\{٢-\}$ ج) $\{٢\}$ د) $\{٥\}$

٢ ما النقطة التي تحقق المعادلة $ص = ٢س - ٤$ ؟

أ) $(٤, ٢-)$ ب) $(٤-, ٠)$ ج) $(٢-, ٤)$ د) $(٤, ٢-)$

٣ إذا كان عمر محمد خمسة أمثال عمر حسن مضافاً إليه ٢، وكان عمر حسن يساوي ٧ سنوات، فكم عمر محمد؟

أ) ٤٥ ب) ٣٧ ج) ١٤ د) ١٠

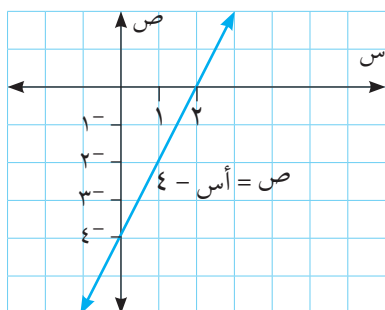
٤ يمثل الشكل المجاور معادلة الخط المستقيم:

$$ص = أس - ٤.$$

فما قيمة أ التي تجعل $ص = أس - ٤ = صفر$ ؟

أ) $أ = ٤-$ ب) $أ = ٢$

ج) $أ = ٠$ د) $أ = ٢-$



٥ إذا كانت $س = ٥-$ وكان $ص = ٣س - ٤$ فما قيمة ص؟

أ) $١٩-$ ب) $٢٧-$ ج) $١٥-$ د) $١١-$

٢ أحل النظام الآتي باستخدام طريقة التعويض:

$$س + ٣ص = ١٥ \quad ٤س + ص = ١٦$$

٣ أحل النظام الآتي باستخدام طريقة الحذف:

$$س + ص = ٥ \quad ٢س + ص = ٦$$

أقيم ذاتي أكمل الجدول الآتي:

متدني	متوسط	مرتفع	المهارة
			أحل معادلتين خطيتين بعدة طرق
			أحل نظام من معادلات خطية وتربيعية
			أوظف حل المتباينات في حل مشكلات حياتية

نموذج اختبار نهاية الفترة الأولى

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

١- أيّ المعادلات الآتية تمثل معادلة خطية بمتغير واحد؟

(أ) $س = ٣ + ٥$ (ب) $س^٢ - ٣ = ٠$ (ج) $٣س + ١ = ٠$ (د) $٧ = \frac{١}{س}$

٢- ما مجموعة حل المعادلة $١٧ = ٧ + ٢س$ ؟

(أ) $\{٥-\}$ (ب) $\{٥\}$ (ج) $\{١٠-\}$ (د) $\{١٠\}$

٣- أيّ النقاط الآتية تمثل حلاً للنظام: $س^٢ + ص^٢ = ٥$ ، $س - ص = ١$ ؟

(أ) $(١^-, ٢^-)$ (ب) $(٢, ١^-)$ (ج) $(١^-, ٢^-)$ (د) $(٢, ١)$

٤- إذا كان ثمن كتاب ٣ أضعاف ثمن قلم مضافاً إليه ٥ ، فإذا كان ثمن القلم ديناراً واحداً ، ما ثمن الكتاب الواحد؟

(أ) ٣ دنانير. (ب) ٥ دنانير. (ج) ٨ دنانير. (د) دينار واحد.

٥- إذا كانت $٤س - ٨ص = ١٢$ ، اجعل $س$ موضوع القانون في المعادلة:

(أ) $س = ١٢ + ٨ص$ (ب) $س = ٨ - ٦ص$ (ج) $س = ٣ + ٢ص$ (د) $س = ٣ - ٢ص$

السؤال الثاني:

(أ) أحلّ النظام الآتي باستخدام طريقة الحذف:

$$ص + ٢س = ٣$$

$$٦ - س = ٢ص$$

(ب) مستطيل مجموع بعديه ٧سم، فإذا كان طول قطره ٥ سم، أجد بعديّ هذا المستطيل.

السؤال الثالث:

أ) أحل نظام المعادلات الآتي :

$$س - ص = ١ ، س + ٢ص = ٦$$

ب) أحل نظام المعادلات الآتية باستخدام الرسم البياني:

$$س + ص = ٥ ، ٢ص + ٢س = ١٠$$

السؤال الرابع:

إذا كان ثمن ٤ حقائب مدرسية و ٨ أحذية رياضية يساوي ٥٦ ديناراً. و ثمن ٥ حقائب مدرسية و ٤ أحذية رياضية يساوي ٤٠ ديناراً. أكوّن معادلتين خطيتين ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

أ) أمثل المعادلتين بيانياً مُستخدماً محور السينات ليمثل ثمن الحقائب المدرسية، ومحور الصادات ليمثل ثمن الأحذية الرياضية.

ب) ما ثمن ٤ حقائب مدرسية و ٦ أحذية رياضية؟