

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دولة فلسطين  
وزارة التربية والتعليم

# الرياضيات

الفرع الأدبي والشرعي

الفترة الثانية

دولة فلسطين  
وزارة التربية والتعليم



مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps

MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym

هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

	الإحصاء والاحتمالات	الوحدة
٤	١ - ٢ البحث العلمي	٢
٦	٢ - ٢ العينات الإحصائية	
١٢	٣ - ٢ المتغير العشوائي	
١٦	٤ - ٢ توقع المتغير العشوائي المنفصل	

يتوقع من الطلبة بعد دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف أساليب البحث العلمي في الحياة العملية من خلال الآتي:

- ١ التعرف إلى مفهوم البحث العلمي.
- ٢ التعرف إلى أنواع العينات.
- ٣ التعرف إلى مفهوم المتغير العشوائي المنفصل.
- ٤ إيجاد توقع المتغير العشوائي المنفصل.

**نشاط ١:** إن تسرب الطلبة من المدارس يُعدّ من الظواهر التي تشكّل تحدياً للمجتمع الفلسطيني، والتي تؤثر سلباً عليه، حيث تزيد من حجم الأمية والبطالة، وتضعف البنية الاقتصادية والاجتماعية له. من أسباب التسرب: انخفاض مستوى التحصيل لدى الطلبة والزواج المبكر و\_\_\_\_\_.

**أناقش:** ما الإجراءات الوقائية للحد من ظاهرة التسرب؟

**تعريف:** البحث العلمي: إجراء علمي منظم وموضوعي يقوم به باحث أو مجموعة باحثين لإيجاد حلّ لمشكلة ما.

### خطوات البحث العلمي:

- ١ تحديد مشكلة البحث وأهدافه من خلال القراءات والدراسات أو الاطلاع الميداني على المشكلة والإحساس بها.
- ٢ صياغة فرضيات البحث: استنتاجات أو تخمينات مؤقتة يتم رفضها أو قبولها في نهاية البحث.
- ٣ جمع المعلومات من مصادرها المختلفة باستخدام أدوات منها: المقابلة، الاستبانة، الملاحظة.
- ٤ تحليل المعلومات والبيانات ومعالجتها للوصول إلى النتائج والتوصيات.
- ٥ كتابة تقرير البحث بصورته النهائية.

**نشاط ٢:** تُعاني الكثير من المدارس من مشكلة تأخر الطلبة عن الطابور الصباحي، مما يؤثر سلباً على مستوى تحصيل الطلبة وانتظام الدوام في المدرسة، أراد المرشد التربوي في إحدى المدارس البحث في أسباب المشكلة وسبل حلّها. أحدد مشكلة البحث: \_\_\_\_\_.

## أكمل الجدول الآتي:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• يتأخر الطلبة عن الطابور الصباحي بسبب الاستيقاظ المتأخر.</li> <li>• يتأخر الطلبة عن الطابور الصباحي بسبب صعوبة المواصلات.</li> <li>• أقترح فرضيات أخرى.</li> </ul> <p>_____ ، _____ .</p>	صياغة فرضيات البحث
<p>المصادر: الطلبة، مصادر الكترونية، الأسرة. أقترح مصادر أخرى.</p> <p>_____ ، _____ .</p> <p>الأدوات: المقابلة، الاستبانة. أقترح أدوات أخرى.</p>	مصادر جمع المعلومات وأدواتها
<p>النتائج: يتأخر الطلبة بسبب الاستيقاظ المتأخر، أقترح نتائج أخرى.</p> <p>_____ ، _____ .</p> <p>التوصيات:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• توعية الطلبة بأهمية الاستيقاظ مبكراً.</li> <li>• الخروج المبكر من المنزل للتغلب على مشكلة المواصلات.</li> <li>• أقترح توصيات أخرى.</li> </ul> <p>_____ ، _____ .</p>	كتابة النتائج والتوصيات

## تمارين ومسائل ٢-١:

- ١ أذكر ٣ مشكلات من بيئتي تحتاج إلى بحث علمي.
- ٢ نفذ باحث دراسة هدفت إلى معرفة العلاقة بين عدد الساعات التي يقضيها الطالب في مشاهدة التلفاز وتحصيله الدراسي في مدرسة عدد طلبتها ٣٥٠ طالباً، فقابل ٧٠ طالباً وسألهم عن عدد الساعات التي يقضونها في مشاهدة التلفاز، وقارنها بمستوى تحصيلهم، فتوصل هذا الباحث إلى وجود علاقة بين عدد ساعات مشاهدة التلفاز ومستوى التحصيل لديهم.
- أ أحدد مشكلة الدراسة.
- ب أكتب ثلاث فرضيات للدراسة.
- ج أذكر أداة/ أدوات جمع بيانات هذه الدراسة.

٣ أفكر : في السؤال السابق، لماذا اختارَ الباحث ٧٠ طالباً فقط من طلبة المدرسة؟



**نشاط ١:** القمح هو المادة الغذائية الرئيسة في فلسطين والعالم، تدنّى مستوى إنتاجه في فلسطين في الأعوام الأخيرة لأسباب عديدة، منها: انخفاض معدل كمية الأمطار التي هطلت.

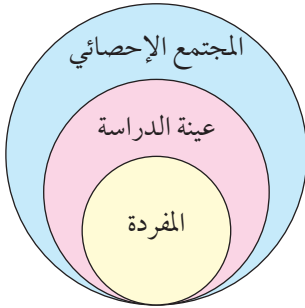
اقترح أحد المعنيين أن تتم زراعة السهول في فلسطين كافة، لتجربة نوعية جديدة من البذور تتلاءم مع كمية الأمطار التي هطلت لتحسين إنتاجه، واقترح آخر زراعة ٥ دونمات موزعة على مناطق عديدة.

**أناقش:** أيّ الاقتراحين أفضل؟ لماذا؟

**عند إجراء بحث علمي لدراسة ظاهرة أو مشكلة معينة نستخدم:**

١ أسلوب الحصر (المسح) الشامل أو أسلوب التعداد: وفيه تجمع البيانات من الأفراد جميعهم (المجتمع الإحصائي) الذين تتعلق بهم الظاهرة قيد الدراسة كعرفة التعداد العام للسكان في فلسطين، أذكر أمثلة أخرى.

٢ أسلوب العينة: وفيه تجمع البيانات من عدد محدود من أفراد المجتمع الإحصائي (العينة)، حيث تكون ممثلة له، ويلجأ الباحث لاستخدام أسلوب العينة لاعتبارات عديدة، منها: فساد عناصر المجتمع (مفردات المجتمع) نتيجة أخذ المشاهدات من تلك العناصر، تعذر الوصول إلى عناصر المجتمع الإحصائي جميعهم، ارتفاع تكلفة دراسة أفراد المجتمع الإحصائي جميعهم، الحصول على نتائج سريعة.



**أناقش:** أسباب أخرى لاختيار أسلوب العينة في دراسة ظواهر معينة.

**نشاط ٢:** استخدم الباحثون أسلوباً شاملاً والعينة في دراسة الظواهر المختلفة. أكمل الجدول الآتي بذكر الأسلوب المناسب لكل دراسة وسبب اختياره:

السبب	الأسلوب المناسب	موضوع البحث
فساد عناصر المجتمع نتيجة أخذ المشاهدات من تلك العناصر.	العينة	دراسة صلاحية المواد الغذائية المستوردة من خارج فلسطين.
للوصول إلى نتائج دقيقة، وسهولة الوصول إلى عناصر المجتمع.	الحصر الشامل	عدد المواليد في أحد المستشفيات.
		معرفة نوعية الزيت قبل شراء تنكة كاملة منه.
		استطلاع الرأي العام حول ملف الإنجاز الذي أقرته وزارة التربية والتعليم العالي الفلسطينية.
		متوسط مساحة المنازل في قرى الضفة الغربية.
		معرفة عدد مزارع الدواجن في فلسطين.
		رصد أساليب التعذيب المستخدمة في سجون الاحتلال.

## أنواع العينات:

يمكن تقسيم العينات إلى نوعين رئيسيين:

- العينات الاحتمالية: وهي العينات التي تتم بالاختيار العشوائي (تكافؤ الفرص).
- العينات غير الاحتمالية: وهي العينات التي لا تتم بالاختيار العشوائي.

## العينات الاحتمالية وتصنف كما يأتي:

١ العينة العشوائية البسيطة: وهي العينة التي يُعطي فيها الباحث فرصاً متساوية لكل فردٍ من أفراد المجتمع الإحصائي المتجانس (له نفس الخصائص المشتركة التي يتطلب دراستها والتعرف عليها)، وتتم بإحدى الطريقتين الآتيتين:

- أ طريقة القرعة: وتستخدم عادة في حالة المجتمعات المتجانسة الصغيرة.
- ب جداول الأرقام العشوائية: وهي سلسلة من الأرقام الأفقية والعمودية المدرجة في جداول محددة.

وسنقتصر في هذه الوحدة على دراسة العينة العشوائية البسيطة باستخدام طريقة القرعة.

أتعلم: يرى بعض الباحثين أن الحجم المناسب للعينة التي تكون ممثلة للمجتمع يجب ألا يقل عن ٥٪ إلى ١٠٪ من حجم المجتمع بحيث لا يقل حجم العينة عن ٣٠ فرداً.

**نشاط تعاوني ٣:** لاختيار خمسة من طلبة الصف الحادي عشر البالغ عددهم ٣٠ طالباً في مدرسة ما للمشاركة في فعاليات إحياء ذكرى الشهيد ياسر عرفات في رام الله باستخدام طريقة القرعة، نتبع الخطوات الآتية:

- ١ أعطي لكل طالب من طلبة الصف الثلاثين رقماً متسلسلاً من ١-٣٠.
  - ٢ أكتب الأرقام من ١-٣٠ على قصاصات صغيرة متماثلة من الورق.
  - ٣ أطوي القصاصات وأضعها في سلة أو صندوق وأخلطها جيداً.
  - ٤ أسحب قصاصة أولى من الصندوق وأسجل الرقم الذي تحمله.
  - ٥ أعيد القصاصات إلى الصندوق وأخلط القصاصات جميعها من جديد، وأسحب قصاصة ثانية، وأسجل الرقم الذي تحمله.
- وفي حالة سحب قصاصة تم سحبها مسبقاً تُعاد إلى السلة أو الصندوق ويتم السحب من جديد.
- ٦ أكرر هذه العملية -عملية السحب مع الإرجاع- حتى يكون لدي الأرقام الخمسة المطلوبة فيكون أصحاب هذه الأرقام هم مفردات العينة العشوائية البسيطة المطلوبة.

**٢ العينة العشوائية الطبقيّة:** هي العينة التي تمثل الطبقات الفرعية التي يتكون منها المجتمع الإحصائي غير المتجانس.

$$\text{عدد أفراد العينة في كل طبقة} = \frac{\text{عدد أفراد الطبقة}}{\text{عدد أفراد المجتمع}} \times \text{حجم العينة}$$

**مثال ١:** إذا كان عدد طلبة كلية العلوم في إحدى الجامعات الفلسطينية ٢٠٠ طالب، ٨٠ منهم ذكور والباقي إناث، أراد باحث اختيار عينة طبقية حجمها ٢٠٪ من طلبة الكلية. حجم العينة = ٤٠ طالباً وطالبة. لماذا؟  
عدد الطالبات = ١٢٠ طالبة.

أجدُ عدد أفراد العينة في كل طبقة فرعية.

حجم الطبقة	الطبقات الفرعية
$16 = 40 \times \frac{80}{200}$ طالباً.	عدد أفراد العينة من الذكور
$24 = 40 \times \frac{120}{200}$ طالبة.	عدد أفراد العينة من الإناث

باستخدام أسلوب العينة العشوائية البسيطة أختار العينة موضحاً الخطوات.

### نشاط ٤:

أراد باحث دراسة العلاقة بين مستوى تحصيل الطلبة والدرجة العلمية لدى الآباء، فاختار عينة حجمها ١٠٪ من طلبة مدرسة فيها ٦٥٠ طالباً موزعين على الصفوف كما في الجدول الآتي:

العاشر	التاسع	الثامن	السابع	الصف
١٢٠	١٨٠	١٥٠	٢٠٠	عدد الطلاب

حجم العينة = ٦٥ طالباً. لماذا؟  
أوضح طريقة اختيار هذه العينة.

٣ العينة العشوائية المنتظمة: يتم اختيار مفرداتها بطريقة منتظمة بناء على ترتيب معين بعد أن يتم اختيار نقطة البداية (المفردة الأولى) بطريقة عشوائية.

نشاط تعاوني ٥:

لاختيار ٦ طلبة من صف فيه ٣٠ طالباً بطريقة العينة العشوائية المنتظمة. أتبع الخطوات الآتية:

- ١ أعطي لكل طالب من طلبة الصف الثلاثين رقماً متسلسلاً من ١ إلى ٣٠.
- ٢ أحدد المسافة الثابتة بين كل طالب من طلبة العينة والذي يليه وذلك (بقسمة عدد طلبة الصف على عدد طلبة العينة).
- المسافة الثابتة =  $30 \div 6 = 5$
- ٣ أحدد رقم البداية (رقم الطالب الأول) باختيار رقم عشوائي من ١ إلى ٥.
- ٤ أختار رقم الطالب الثاني بإضافة المسافة الثابتة إلى رقم البداية.
- ٥ أكرر العملية للحصول على العينة المطلوبة.



نشاط ٦: يُراد سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٩٠ فرداً من مجتمع حجمه ٤٥٠ فرداً.  
المسافة الثابتة =  $٥ = ٩٠ \div ٤٥٠$

١ إذا كان رقم العنصر الأول من العينة هو ٢.

٢ رقم العنصر الثاني =  $٢ + ٥ = ٧$ . لماذا؟

٣ رقم العنصر الثالث = ١٢. لماذا؟

٤ رقم العنصر الرابع = \_\_\_\_\_.

### العينات غير الاحتمالية: وهي العينات التي يتم اختيارها بطريقة غير عشوائية، منها:

- ١ العينة القصدية: تعمد الباحث اختيار فئة معينة من مجتمع الدراسة، مثل: دراسة آراء المشرفين حول برنامج تربوي معين.
- ٢ العينة العرضية أو عينة الصدفة: اختيار فئة معينة بشكل عرضي (صدفة) في مكان وزمان محددين، مثل أخذ بعض البيانات من صحيفة معينة.
- ٣ عينة كرة الثلج: يختار الباحث شخصاً، وبدوره يقترح مجموعة أشخاص آخرين، وكل شخص منهم يقترح مجموعة أخرى، وتكبر العينة حتى يصل الباحث إلى عينته.

نشاط ٧: ● من الأمثلة على عينة كرة الثلج: اختيار بعض طلبة جامعة بيرزيت من خارج مدينة رام الله والذين يسكنون في مساكن خاصة وهم بدورهم يختارون طلبة آخرين وهكذا لدراسة ظروفهم الاجتماعية والاقتصادية.  
أعطي أمثلة أخرى: \_\_\_\_\_.

● من الأمثلة على العينة القصدية: اختيار مجموعة من الطلبة الأوائل في الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ - ٢٠١٧م لدراسة الأسباب التي أسهمت في تفوقهم.  
أعطي أمثلة أخرى: \_\_\_\_\_.

● من الأمثلة على العينة العرضية: مقابلة مجموعة من الأشخاص المارة في شارع معين لاستطلاع وجهات نظرهم حول ارتفاع أسعار المواد الغذائية.  
أعطي أمثلة أخرى: \_\_\_\_\_.

## تمارين ومسائل ٢ - ٢:

- ١ أحدد نوع العينة في كل حالة من الحالات الآتية:
  - أ استطلع باحث آراء أول ٢٠٠ مصبلٍ قابلهم بعد صلاة ظهر الجمعة في المسجد الأقصى.
  - ب أرادت شرطة المرور معرفة معدل سرعة السيارات المسافرة من مدينة جنين إلى مدينة رام الله، سجلت الشرطة سرعة السيارات المارة عند نقطة معينة فكان ترتيبها ٧، ١٧، ٢٧، ... وهكذا.
  - ج اختيار عينة حجمها ٢٠٪ من طلبة السنة الرابعة في كليات الهندسة والاقتصاد والعلوم في الجامعة الإسلامية بمدينة غزة.
  - د اختيار المعلمين المتقاعدين في محافظة جنين لمعرفة اتجاهاتهم القرائية والكتب التي يحتاجونها.
- ٢ يُراد سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٢٠٠ شخصٍ من مجتمع حجمه ٢٠٠٠ شخص، إذا كان رقم العنصر الأول من العينة هو ٩، فما رقم العنصر الثاني؟ وما رقم العنصر الثالث؟
- ٣ مؤسسة خاصة فيها ٣٠٠ موظف كما في الجدول الآتي:

عدد سنوات الخدمة	أقل من أو يساوي ١٠ سنوات	أكثر من ١٠ سنوات
عدد الموظفين	١٨٠	١٢٠

- ٤ قررت إدارة الشركة اختيار عينة حجمها ٦٠ موظفاً يمثلون عدد السنوات المختلفة لدراسة درجة رضاهم عن المكافأة المالية التي يتقاضاها الموظف في نهاية الخدمة. أوضِّح طريقة اختيار هذه العينة. أوضِّح الفرق بين العينة العرضية والعينة القصدية.
- ٥ أفكر: يُراد سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ٤٠٠ شخصاً من مجتمع حجمه ٤٠٠٠ شخص، إذا كان رقم العنصر الأول من العينة هو ٦، فما رقم العنصر الأخير؟

## مهمة تعليمية (١)

- أراد باحث دراسة الأسباب الكامنة لقلق الطلبة من الرياضيات ودراساتها، وتدني مستوى تحصيلهم فيها، أساعد الباحث في:
- ١ تحديد مشكلة الدراسة .
  - ٢ كتابة فرضيات الدراسة.
  - ٣ تحديد أداة / أدوات البيانات لهذه الدراسة.

نشاط ١: أكمل الجدول الآتي:

التجربة	مجموعة جميع النواتج الممكنة
عائلة لديها طفل واحد.	
اتحاد ذرتي هيدروجين مع ذرة أكسجين.	
رَمْي حجر نرد منتظم مرة واحدة.	٦،٥،٤،٣،٢،١
جَمْع العدد ١٦ مع العدد ١٤ وتسجيل المجموع.	
سَحَب كرة من كيس يحتوي على ٥ كرات حمراء، و ٦ كرات بيضاء.	

أحدد التجارب التي نستطيع تحديد نتيجتها حتى قبل إجرائها.

أُسَمِّي هذا النوع من التجارب بالتجارب العلمية.

أحدد التجارب التي لا يمكن تحديد الناتج الذي سيتحقق إلا بعد إجرائها.

أُسَمِّي هذا النوع من التجارب: \_\_\_\_\_.

أُسَمِّي مجموعة جميع النواتج الممكنة لها: \_\_\_\_\_.

أعلم: التجربة العشوائية: هي التجربة التي لا نستطيع تحديد نتيجتها قبل إجرائها، ولكن نستطيع تحديد مجموعة جميع النتائج الممكنة للتجربة، وتُسَمَّى هذه المجموعة الفضاء العيني  $(\Omega)$ .



نشاط ٢: الجنيه الفلسطيني عملة صدرت عن مجلس فلسطين

للقد عام ١٩٢٧م. حملت القطع النقدية والأوراق

المالية كتابات بلغات ثلاث.

ألقيت إحدى هذه القطع المنتظمة مرتين متتاليتين

ولوحظ عدد الصور الظاهرة.

في هذه التجربة تكون مجموعة عناصر الفضاء العيني

$(\Omega) = \{(ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك)\}$ .

ما عدد عناصر الفضاء العيني؟

أكمل الجدول الآتي:

(ك،ك)	(ك،ص)	(ص،ك)	(ص،ص)	الفضاء العيني
			٢	عدد الصور الظاهرة

إذا عبّرنا عن عدد الصور الظاهرة على الوجهين العلويين بالمتغير  $s$ ، فإن قيم  $s$  هي: ٠، ١، ٢. ويُسمى المتغير  $s$  المتغير العشوائي.

**تعريف:** المتغير العشوائي: هو متغير يأخذ قيماً عديدة تحددها نتائج تجربة عشوائية ما.

ملاحظة: إذا كانت قيم المتغير العشوائي قابلة للعد يسمى متغيراً عشوائياً منفصلاً.

**مثال ١:** باقة من الأزهار فيها ٦ أزهار حمراء، و٤ أزهار بيضاء. تم اختيار ٣ زهورات عشوائياً. إذا كان المتغير العشوائي  $s$  يمثل عدد الأزهار البيضاء. أكتب قيم  $s$ .

**الحل:** قيم  $s$  هي: صفر، ١، ٢، ٣. أفسّر ذلك؟



الدوار

القرص

**نشاط ٣:** قرص دوار كما في الشكل المجاور عليه ثلاثة أرقام هي: ٣، ٥، ٧، إذا أدرنا القرص مرتين حيث يُشير المؤشر في كل مرة على أحد الأرقام الثلاثة، وكان  $s$  يمثل مجموع الرقمين الناتجين.

$$\Omega = \{(٥،٥)، (٣،٥)، (٧،٣)، (٥،٣)، (٣،٣)\}$$

$$\{(٧،٧)، (٥،٧)، (٣،٧)، (٧،٥)\}$$

إذا كان الرقمان الناتجان هما (٣،٣) فإن مجموعهما = ٦

إذا كان الرقمان الناتجان هما (٥،٧) فإن مجموعهما = \_\_\_\_\_ ،

باقي قيم  $s$ : \_\_\_\_\_ ، \_\_\_\_\_ ، \_\_\_\_\_ .

## التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

**نشاط ٤:** أظهر تقريرٌ لجهاز الإحصاء المركزي الفلسطيني عام ٢٠١٣م أن متوسط حجم الأسرة في فلسطين قد بلغ حوالي ٥ أفراد. تم اختيار عائلة عشوائياً لديها ٣ أطفال، وكان المتغير العشوائي  $S$  يمثل عدد الأطفال الذكور في العائلة.

أكمل الجدول الآتي:

(ب، ب، ب)	(ب، ب، و)			(و، ب، و)	(و، و، و)	الفراغ العيني
					٣	قيم المتغير العشوائي $S$
	$\frac{٣}{٨}$				$\frac{١}{٨}$	احتمال حدوث الحادث ل( $S$ )

$$\frac{١}{٨} = \frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}} = \text{احتمال الحادث (و، و، و)}$$

ما مجموع الاحتمالات المقابلة لقيم المتغير العشوائي جميعها في الجدول أعلاه؟ ماذا تلاحظ؟  
تشكل قيم المتغير العشوائي  $S$  مع الاحتمالات المقابلة لها ل( $S$ ) ما يسمّى بالتوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$ ، ويمكن التعبير عنه على صورة جدول أو مجموعة أزواج مرتبة على صورة ( $S$ ، ل( $S$ )).

أتعلم: في كل توزيع احتمالي يكون:

$$- \text{احتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي } 0 \leq P(S) \leq 1$$

$$- \text{مجموع احتمالات قيم المتغير العشوائي جميعها } = 1$$

مثال ٢ :

يمثل الجدول التالي توزيعاً احتمالياً للمتغير العشوائي ص، فإذا كانت ب = ٤ أ.  
أحسب قيمة كل من أ، ب.

١٠	٨	٦	ص
أ٢	ب	٠, ١	ل(ص)

الحل :

مجموع احتمالات قيم المتغير العشوائي جميعها = ١، ب = ٤ أ

$$١ = ٠, ١ + ب + أ٢$$

$$١ = ٠, ١ + أ٤ + أ٢ . لماذا؟$$

$$٠, ٩ = أ٦$$

$$أ = ٠, ١٥ . أوضح ذلك.$$

$$ب = ٠, ٦ = ٠, ١٥ \times ٤$$

تمارين ومسائل ٢-٣:

- أكتب القيم التي يتخذها المتغير العشوائي في كل حالة من الحالات الآتية:
  - عدد الأطفال الإناث في عائلة تم اختيارها عشوائياً من العائلات التي لديها ٦ أطفال.
  - عدد الرجال في مجموعة من ٣ أشخاص تم اختيارها عشوائياً من نادٍ علميٍّ فيه ٦ رجال و ٤ نساء.
  - مرّعب عدد الصور الظاهرة على الوجهين العلويين في تجربة إلقاء قطعة نقد منتظمة مرتين.
- أي من التوزيعات الآتية يعدّ توزيعاً احتمالياً؟ ولماذا؟
  - {(٠, ٤, ٢), (٠, ٥, ٣), (٠, ٢, ١)}
  - {(٠, ٤, ٥), (٠, ٣, ٨), (٠, ٣, ١)}
  - {(س, ل(س)), (س, ل(س))} حيث ل(س) =  $\frac{س}{٥٠}$ ، س = ١٣, ١٧, ٢٠
- إذا كان س متغيراً عشوائياً يتخذ القيم ١, ٢, ٣, ٤، وكان ل(س) =  $\frac{س}{٢}$ :
  - أجد قيمة الثابت أ.
  - أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.
- صندوقان في كل منهما ثلاث كرات، الأول كراته مرقمة ٣, ٤, ٥ والثاني بالأرقام ٦, ٧, ٨ سُحبت كرة عشوائياً من كل صندوق، وكان المتغير العشوائي س هو ناتج ضرب العددين المكتوبين على الكرتين المسحوبتين، أكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

## توقع المتغير العشوائي المنفصل

٢ - ٤

### Predicting The Separate Random Variable

تعريف: إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً منفصلاً يأخذ القيم  $s_1, s_2, \dots, s_n$ ، باحتمالات مقابلة  $L(s_1), L(s_2), \dots, L(s_n)$ ، على الترتيب فإن توقع  $S$  ويرمز له  $E(S)$  ويساوي  $s_1 L(s_1) + s_2 L(s_2) + \dots + s_n L(s_n)$  ويكتب بالصورة  $E(S) = \sum_{r=1}^n (s_r L(s_r))$ .

**مثال ١:** يربح صاحب أحد المتنزهاً مبلغ ١٢٠ ديناراً في اليوم المشمس، ويخسر ٢٠ ديناراً في اليوم غير المشمس، إذا كان احتمال اليوم المشمس هو ٠,٨، ما توقعك للربح اليومي لصاحب المتنزه؟ احتمال اليوم غير المشمس = ٠,٢ = ١ - ٠,٨

قيم المتغير العشوائي  $S$  هي: ١٢٠، ٢٠-، هل هناك قيم أخرى؟ لإيجاد توقع الربح اليومي لصاحب المتنزه، نكوّن الجدول الآتي:

١٢٠	٢٠-	س
٠,٨	,٢	ل(س)

$$E(S) = ٠,٨ \times ١٢٠ + ,٢ \times ٢٠^- =$$

$$٩٢ =$$

أجدُ توقع الربح اليومي لصاحب المتنزه بطريقة أخرى.

**نشاط ١:** إذا كانت قيمة مبيعات إحدى المحلات التجارية في مدينة أريحا خلال عشرة أيام كما هو مبين في الجدول الآتي:

٢٥٠	٢٠٠	١٥٠	١٠٠	المبيعات بالدينار
١	٢	٣	٤	عدد الأيام

إذا كان المتغير العشوائي  $S$  يمثل قيمة مبيعات المحل اليومية.  
 ١ أجد القيمة المتوقعة للمبيعات.

قيم المتغير العشوائي ( $S$ ) هي: ١٠٠، ١٥٠، ٢٠٠، ٢٥٠. لماذا؟  
 احتمال أن تكون مبيعات المحل (١٠٠) دينار = ٠,٤، أو ٠,١. أوضح ذلك.  
 أكمل الجدول الآتي:

٢٥٠	٢٠٠	١٥٠	١٠٠	س
٠,١			٠,٤	ل(س)

القيمة المتوقعة للمبيعات = ١٥٠ ديناراً. أوضح ذلك؟  
 ٢ أجد: ت(٢س)

$$ت(٢س) = (١٠٠ \times ٢) \times ٠,٤ + (١٥٠ \times ٢) \times ٠,٣ + \dots + \dots = ٣٠٠.$$

أتعلم: ليكن  $S$  متغيراً عشوائياً توقعه ت(س)، أ، ب  $\exists$  فإنه يمكن إيجاد:  
 ت(أس  $\pm$  ب) باستخدام الخاصية الآتية: ت(أس  $\pm$  ب) = ت(أ)  $\pm$  ت(ب).

أجد: ت(٢س) باستخدام الخاصية السابقة، أقرن الإجابتين.

مثال ٢: إذا كان التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي  $S$  كما في الجدول الآتي:

٦	٤	٢	٠	س
ب	٠,٤	٠,٢	٠,٣	ل(س)

- ١ أحسب قيمة ب.
- ٢ أحسب ت(س)
- ٣ إذا كان المتغير العشوائي  $V = ٢س + ٣$ ، أحسب ت(ص).

الحل: ١ قيمة ب.

$$\begin{aligned} \text{مجموع احتمالات قيم المتغير العشوائي جميعها} &= ١ \\ ١ &= ٠,٣ + ٠,٢ + ٠,٤ + ب \\ ١ &= ٠,٩ + ب \end{aligned}$$



ومنها ب = ١, ٠

$$٢ \text{ ت (س) } = ٠,٣ \times ٠ + ٠,٢ \times ٢ + ٠,٤ \times ٤ + ٠,١ \times ٦ =$$

$$٢,٦ =$$

$$٣ \text{ ت (ص) } = ٢ \times ٦ + ٣ = ١٥$$

## تمارين ومسائل ٢-٤:

١ إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير س مُعطى كما في الجدول الآتي:

س	٠	٥	١٠	١٥
ل(س)	٠,٢٥	٠,١٥	أ	٠,٣

أ أجد: قيمة أ.

ب أجد: ت(س).

ج أجد: ت (٢س + ٧).

٢ يُطلق شخص سهماً على قرص، حيث يكسب ١٦ نقطة في حال أصابته، ويخسر ٨ نقاط إذا لم يصبه، إذا كان احتمال إصابته = ٤, ٠، فما توقعك لعدد النقاط التي يحصل عليها هذا الشخص في الرمية الواحدة.

٣ أحسب توقع عدد الأطفال الإناث في عائلة لديها ثلاثة أطفال.

٤ يربح فندق في مدينة رام الله يومياً ٨٠٠ دينار في فصل الصيف، و ٤٠٠ دينار في فصلي الربيع والخريف، ويخسر ٢٠٠ دينار في فصل الشتاء، أحسب توقعك لربح الفندق اليومي؟

٥ إذا كان ت (٧س + ٢٥) = ٤٩، أحسب ت(س).

## تمارين عامة:

- ١ اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:
  - ١ أي من الآتية يُعتبر أداة لجمع البيانات؟
    - أ) العينة العرضية (ب) المقابلة
    - ٢ ما العينة غير الاحتمالية فيما يأتي؟
      - أ) كرة الثلج (ب) العينة العشوائية (ج) العينة الطبقيّة (د) العينة المنتظمة
      - ٣ إذا كانت  $s$  متغيراً عشوائياً وكانت  $t$  ( $3 - s = 1$ ) ، فإن  $t$  ( $s$ ) =
        - أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ١٥ (د) ٤٥
      - ٤ اختيار مجموعة من الطلبة المشتركين في أعمال فنية لمعرفة مشكلاتهم أثناء العمل الفني أو إقامة المعارض. ما نوع العينة المختارة؟
        - أ) قصديّة (ب) عرضية (ج) عشوائية بسيطة (د) منتظمة
        - ٥ إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً يمثّل عدد الوجبات التي يتناولها أحد نزلاء الفندق (فطور، غداء، عشاء) في أحد الأيام، ما قيم المتغير العشوائي  $s$ ؟
          - أ) ٢، ١، ٠ (ب) ٣ (ج) ٣، ٢، ١ (د) ٣، ٢، ١، ٠
      - ٢ يُراد اختيار عينة عدد أفرادها ٦٠ طالباً من مدرسة بها ٣٠٠ طالب مكونة حسب الجدول الآتي:

الصف	الحادي عشر / أدبي	الحادي عشر / رياضي	الحادي عشر / علمي
العدد	١٢٠	١٢٠	٦٠

- أوضح الطريقة التي يتم فيها اختيار العينة.
- ٥ مصنع للأقمشة فيه ١٥٠٠ عامل. أرادت إدارة المصنع أن تعرف رأي العمال في طرق تحسين بيئة العمل في المصنع، فقررت استخدام عينة منتظمة حجمها ١٥٠ عاملاً.
  - أ ما مقدار المسافة الثابتة بين مفردات العينة؟
  - ب إذا كان الرقم ٦ يمثّل رقم أول عامل تم اختياره عشوائياً في العينة، ما أرقام أول ٥ عمال تم اختيارهم؟

أعبر بلغتي عن نقاط القوة ونقاط الضعف لكل مفهوم من المفاهيم الواردة في هذه الوحدة بما لا يزيد عن أربعة أسطر.

أقيّم ذاتي

## نموذج اختبار نهاية الفترة الثانية

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

- ١- ما الأداة التي تُعدّ أداة من أدوات البحث العلمي؟  
أ) المقابلة. ب) الاستبانة. ج) الملاحظة. د) جميع ما ذكر.

- ٢- ما العينة التي يعتمد الباحث اختيارها على أساس أنها تحقق غرض الدراسة؟  
أ) المنتظمة. ب) القصدية. ج) كرة الثلج. د) العرضية.

٣- أيّ التوزيعات الآتية يعدّ توزيعاً احتمالياً؟

- أ)  $\{(0, 4, 3), (0, 5, 2), (0, 3, 1)\}$  ج)  $\{(0, 4, 16), (0, 2, 9), (0, 7, 4), (0, 3, -1)\}$   
ب)  $\{(0, 2, 6), (0, 3, 4), (0, 4, 2)\}$  د)  $\{(0, 1, 7), (0, 4, 5), (0, 3, 2), (0, 2, -1)\}$

٤- إذا كان  $t(س) = ٥$ ، فما قيمة:  $t(س - ٢)$ ؟

- أ) ٣ ب) ٣- ج) ٥ د) ٢

السؤال الثاني:

مصنع يعمل فيه ٤٠ موظفاً، منهم ٥ مهندسين، ٢٠ عاملاً، ١٥ فنياً، يُراد اختيار عينة طبقية مكوّنة من ٨ موظفين. كم عدد كلٍّ من المهندسين، والعمال، والفنيين في هذه العينة؟

السؤال الثالث:

أ) صندوق يحوي ٦ بطاقات مرقمة بالأرقام الآتية: ١، ٢، ٢، ٤، ٤، ٤، سُحبت بطاقة من الصندوق عشوائياً، وعُرف المتغير العشوائي  $س$  بأنه العدد الظاهر على البطاقة مطروحاً منه العدد ٢، أجد  $t(س)$ .

ب) إذا كان  $س$  متغيراً عشوائياً منفصلاً، يأخذ القيم: صفر، ١، ٢، ٣، وكان  $L(س) = \frac{س^٢}{٢}$ ، أجد قيمة الثابت (٢)، ثم وأكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير  $س$ .

### السؤال الرابع:

أ) يُراد اختيار عينة عشوائية منتظمة حجمها ٣٠٠ شخصاً من مجتمع حجمه ٦٠٠٠ شخص، فإذا كان رقم العنصر الأول من العينة هو ١٢، أحسب رقم كل من: العنصر الثاني، العنصر الثالث، العنصر الأخير.

ب) يمثل الجدول الآتي توزيعاً احتمالياً للمتغير العشوائي س، فإذا كانت ب = ١٢، أحسب قيمة كل من: أ، ب، ج حيث أن: ت(س) = ٥.

س	٤	٨	ج	١٦
ل(س)	٠,٢	ب	٠,٥	أ