



دولة فلسطين  
وزارة التربية والتعليم

# الرياضيات

## الصف الثامن

### الفترة الرابعة



مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | mohe.gov.ps

f.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym

+970-2-2983250 | هاتف | فاكس

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.edu.ps | pcdc.mohe@gmail.com

## المحتويات

	النسب المثلثية والاحتمالات
١	١-٤ النسب المثلثية للزوايا الحادة (١)
٤	٢-٤ النسب المثلثية للزوايا الحادة (٢)
٦	٣-٤ زوايا الارتفاع والانخفاض
٨	٤-٤ احتمال الحادث وقوانين
١١	٥-٤ قوانين الاحتمالات
١٦	٦-٤ احتمال المتممة لحادث واحتمال الفرق بين حادثين

## النتائج

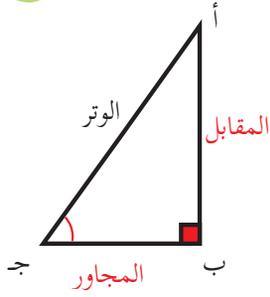
يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف النسب المثلثية وقوانين الاحتمالات في الحياة العملية من خلال الآتي:

- ١- تعرّف النسب المثلثية الأساسية للزوايا الحادة.
- ٢- إيجاد النسب المثلثية الأساسية لأيّ زاوية حادة .
- ٣- استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد النسب المثلثية لزاوية حادة.
- ٤- تعرّف العلاقة بين جيب الزاوية وجيب تمام متممتها.
- ٥- استنتاج النسب المثلثية لزاويا خاصة.
- ٦- تعريف زاويتي الارتفاع والانخفاض.
- ٧- توظيف النسب المثلثية وزوايا الارتفاع والانخفاض في حلّ مسائل حياتية.
- ٨- إيجاد احتمال حادث في تجربة عشوائية.
- ٩- إيجاد احتمال الاتحاد لأي حادثين.
- ١٠- إيجاد احتمال متممة حادث.
- ١١- إيجاد احتمال الفرق بين حادثين.
- ١٢- توظيف الاحتمالات في حلّ مسائل حياتية.



## النَّسَبُ الْمُثَلَّثِيَّةُ لِلزَّوَايَا الْحَادَّةِ (١)

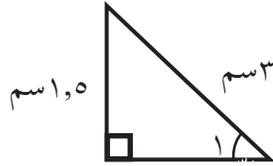
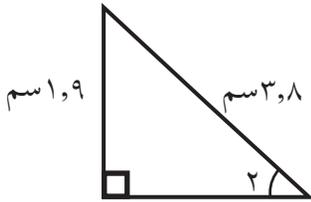
١-٤



تعريف ١: في المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب، يُسَمَّى الضِّلْعُ أ ج وَتَرَ المثلث، فيما يُسَمَّى الضِّلْعُ أ ب المقابل للزاوية ج، بينما يُسَمَّى الضِّلْعُ ب ج المجاور للزاوية ج.

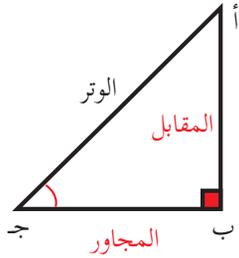


نشاط ١: أتمم المثلثات القائمة الآتية التي فيها  $\angle 1 = \angle 2$ ، ثم أكمل:



(للزاوية ١):  $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \dots = \dots$   
 (للزاوية ٢):  $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \dots = \dots$

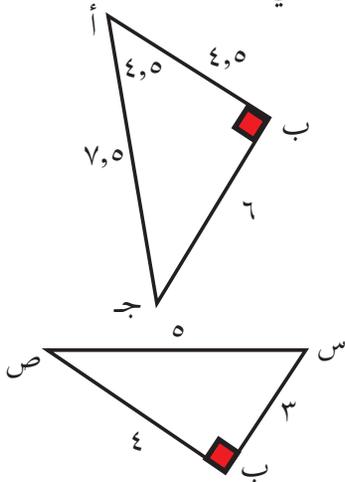
ماذا تلاحظ؟



تعريف ٢: في المثلث القائم الزاوية في ب، يُعرَّفُ جيبُ الزاوية الحادة ج (جـا) بأنه نسبة طول الضِّلْعِ المقابل للزاوية ج إلى طول الوتر في المثلث؛ أي أن  $\text{جـا} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$



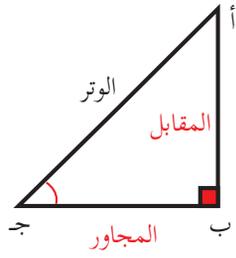
نشاط ٢: أتمم المثلثات القائمة الآتية، وأكمل الجدول الآتي:



الزاوية	طول مقابلها	طول الوتر	جيب الزاوية
أ	٦	٧,٥	
ج			
ص		٥	
س			$\frac{٦}{\dots}$

أفكر، وأناقش: هل يمكن أن يزيد جيب الزاوية الحادة عن ١؟





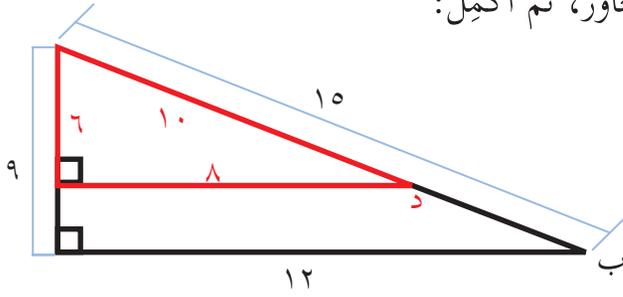
**تعريف ٣:** في المثلث القائم الزاوية في ب، يُعرف جيب تمام الزاوية جـ (جتاج): بأنه نسبة طول الضلع المجاور للزاوية جـ الى طول الوتر؛ أي أن جتاج =  $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$



أتمامل الشكّل المجاور، ثمّ أكمل:



**نشاط ٣:**

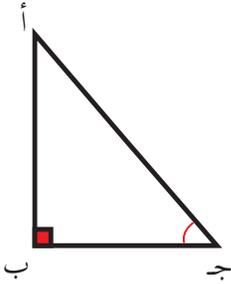


ب = د = ؟ (لماذا؟)

$$\text{جتاد} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\dots}{10}$$

$$\text{جتاب} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\dots}{\dots}$$

ماذا تلاحظ؟



**تعريف ٤:** في المثلث القائم الزاوية في ب، يُعرف ظلّ الزاوية الحادة جـ (ظاج): بأنه نسبة طول الضلع المقابل للزاوية جـ الى طول الضلع المجاور لها؛ أي أن ظاج =  $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$



أتمامل الشكّل المجاور، وأحسب ظلّ الزاوية ع بطريقتين:

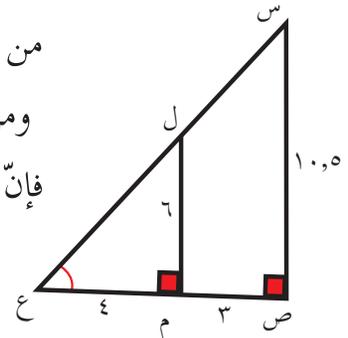


**نشاط ٤:**

$$\dots = \frac{\text{ل م}}{\text{ع م}} = \text{فإن ظاع}$$

ومن المثلث س ص ع

$$\text{فإن ظاع} = \dots = \dots \text{ (ماذا تلاحظ؟)}$$



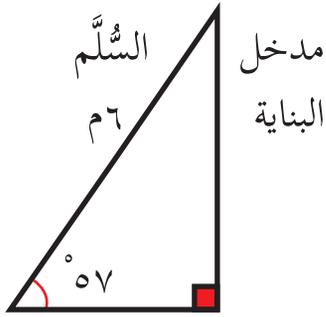
**أتعلّم:** لأي زاوية حادة جـ تسمى النسب: جاج، جتاج، ظاج، بالنسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ حيث ظاج =  $\frac{\text{جاج}}{\text{جتاج}}$





## نشاط ٥:

تريد لى تركيز سلم طوله ٦ م على حائط قائم ، فإذا كانت الزاوية المحصورة بين حافة السلم و سطح الأرض ٥٧° ، فما بُعد أسفل السلم عن مدخل البناية (أعتبر جتا ٥٧° = ٠,٥٤) .  
أرسم رسماً توضيحياً ، كما في الشكل المجاور:



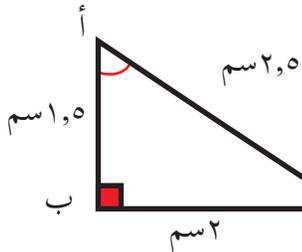
جتا ٥٧° =  $\frac{\text{بُعد أسفل السلم عن حافة البناية}}{\text{طول السلم}}$  (لماذا؟)

ومنها: ٠,٥٤ =  $\frac{\text{بُعد أسفل السلم عن حافة البناية}}{\text{٦ م}}$

ومنها: بُعد أسفل السلم عن حافة البناية = ٣ م



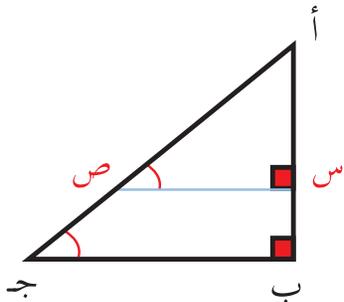
## تمارين ومسابيل:



(١) أجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية أ، معتمداً على الشكل الآتي:

(٢) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، فيه: أ ب = ٨ سم، ب ج = ٦ سم، أ ج = ١٠ سم، أجد كلاً من: جأ، جاج، جتا.

(٣) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ٦ سم، ب ج = ٨ سم. رُسم من النقطة ه الواقعة على ب ج عمود على أ ج في النقطة د، فإذا كان ه د = ٣ سم، د ج = ٤ سم، أجد كلاً من: (أ) جأ (ب) ظاه (ج) ظاج



أتمل الشكل الآتي الذي فيه أ س = ٦ سم، س ص = ٨ سم، أ ب = ٩ سم، ثم أجد طول الضلع ب ج.

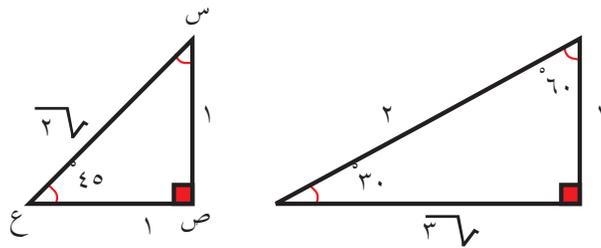


## مهمة تعليمية:



## ٢-٤ النَّسَبُ الْمُثَلَّثِيَّةُ لِلزَّوَايَا الْحَادَّةِ (٢)

**نشاط ١:** للعرب والمسلمين إنجازات مهمة في علم المثلثات، فكان البتاني أول من استخدم مصطلحي الجيب وجيب التمام، فيما يُعدُّ البيروني من أهم الذين أرسوا أسس علم المثلثات الحديث. فكيف يمكن إيجاد النسب المثلثية للزوايا الخاصة ٣٠°، ٤٥°، ٦٠°؟  
أتأمل المثلثات الآتية، وأتعاون مع مجموعتي؛ لإكمال الجدول الآتي:



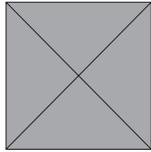
الزاوية أ	جاء	جتاء	ظاء
٣٠°			
٦٠°	$\frac{1}{2}$		
٤٥°		$\frac{1}{\sqrt{2}}$	

مع تطوّر الزمن، اخترع (بليز باسكال) الآلة الحاسبة، فكيف يمكن



### نشاط ٢:

استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد النسب المثلثية للزوايا الحادة؟



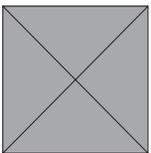
- يُكتَبُ جيبُ الزاوية س بالرموز جاس، ويُكتَبُ في الآلة الحاسبة (sinx).
- ويُكتَبُ جيبُ تمام الزاوية س بالرموز جتاس، ويُكتَبُ في الآلة الحاسبة (cosx).
- كما يُكتَبُ ظلُّ الزاوية س بالرموز ظاس، ويُكتَبُ في الآلة الحاسبة (tanx).

أجد النسب المثلثية الآتية لأقرب منزلتين عشريتين كلاً من: جاه ٢٠°، جتاه ٦٥°، ظاه ٤٥°.

أضغطُ (sin)، ثمَّ أُحدِّدُ الزاوية ٢٥°، فيظهرُ أن جاه ٢٥ = ٠,٤٢...

أضغطُ (cos)، ثمَّ أُحدِّدُ الزاوية ٦٥°، فيظهرُ أن جتاه ٦٥ = ...

أضغطُ tan ثمَّ أُحدِّدُ الزاوية ٤٥° فيظهرُ أن ظاه ٤٥ = ...



### نشاط ٣:

أستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد كلٍّ من الآتية:

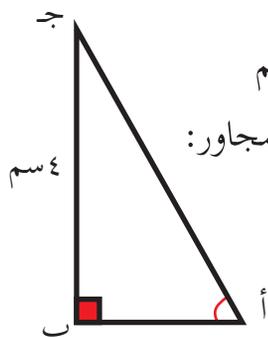
(أ) جا ٢٠° = ..... (ب) جتا ٧٠° = ..... (ج) جتا ٦٥° = ..... (د) جتا ٢٥° = .....



**أَتَعَلَّم:** جيبُ الزاوية = جيبُ تمامِ الزاوية المُتممة لها، والعكسُ صحيح، وبالرموز: جاس = جتا(٩٠ - س)، جتاس = جا(٩٠ - س).



### نشاط ٤:



أب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، فيه ب جـ = ٤ سم

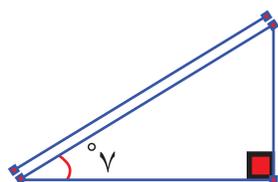
إذا كان جأ = ٠,٨، فما قيمة أ جـ؟ أرسم رسماً توضيحياً، كما في الشكل المجاور:

$$\frac{ب ج}{أ ج} = ٠,٨ \text{ ومنها: } \frac{٤}{أ ج} = ٠,٨$$

$$٠,٨ أ ج = ٤ \text{ ومنها: } أ ج = \dots \text{ سم}$$



### نشاط ٥:



صمّم ممرّ لذوي الإعاقة، بحيث يميل بزاوية

مقدارها ٧° عن المستوى الأفقي، فإذا كان ارتفاع نقطة نهاية الممرّ ١,٨ م،

فما طول هذا الممرّ؟ أرسم شكلاً توضيحياً، ومن الشكل الأخطأ:

$$\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = ٧^\circ \text{ ومنها: } \text{طول الممر} \times \dots = ١,٨ \text{ (لماذا؟) طول الممر} = \dots \text{ م}$$



### تمارين ومسائل:

(١) أستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد كل من: جتا ٣٣°، جتا ٧٠°، ظا ١٠°

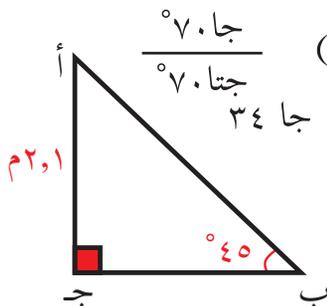
(٢) أجد القيمة العددية للمقدار:

$$(أ) \text{ جا } ٣٠^\circ + ٢ \text{ جا } ٦٠^\circ \quad (ب) ٢(\text{جا } ٤٥^\circ)(\text{جتا } ٤^\circ) \quad (ج) \frac{\text{جا } ٧٠^\circ}{\text{جتا } ٧٠^\circ}$$

(٣) إذا كان جتا ٤٣° = ٠,٦٨، جتا ٥٦° = ٠,٥٦، أجد كل من: جتا ٤٧°، جا ٣٤°

(٤) يوضّح الشكل المجاور مثلثاً قائم الزاوية في ج، فإذا

كان أ ج = ٢,١ م، لا ب = ٤٥°، فما محيط هذا المثلث؟



### مهمة تعليمية:

يرتفع عمودٌ عن سطح الأرض ٤ م، فما طول ظل ذلك العمود، عندما تميل أشعة الشمس بزاوية مقدارها ٣٠° عن المستوى الأفقي.





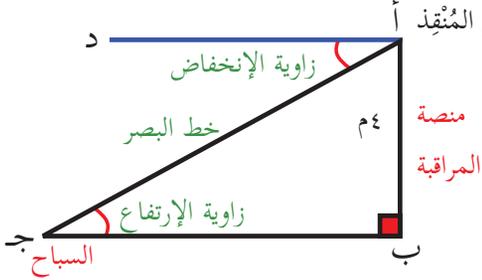
## ٣-٤ زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض

### نشاط ١:

يبلغ طول الساحل الفلسطيني على البحر المتوسط من رأس الناقورة



شمالاً إلى رفح جنوباً ٢٢٤ كم، فإذا نظر مراقب إنقاذ يقف على منصّة ارتفاعها عن الشاطئ ٤ م إلى سباح أمامه، يبعد ٢٥ م عن أسفل المنصّة، فماذا تُسمّى الزاوية التي نَظَرَ بها المراقب، وبماذا تختلف هذه الزاوية عن تلك التي ينظر بها السباح إلى المراقب؟



أرسمُ رسماً توضيحاً، كما في الشكل المجاور، بحيثُ تمثّل القطعة المستقيمة أ ج خطّ البصر، ومن الشكل المجاور يتضح أن:  $\angle د أ ج = \angle ب ج أ$  (لماذا؟)

تُسمّى  $\angle د أ ج$  **زاوية الانخفاض**، وهي الزاوية المحصورة

بين المستوى الأفقي للنظر، وخطّ البصر تحت المستوى الأفقي، بينما تُسمّى  $\angle ب ج أ$  **زاوية**

**الارتفاع**، وهي الزاوية المحصورة ..... و.....

### نشاط ٢:

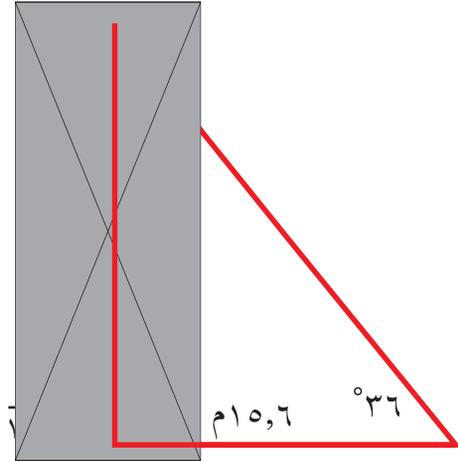
من نقطة تبعد مسافة ١٥,٦ متراً



من قاعدة شجرة، وُجد أن زاوية ارتفاع قِمّة الشجرة  $36^\circ$ ،

فما ارتفاع هذه الشجرة؟ أرسم شكلاً توضيحياً، وأعتبر ارتفاع

الشجرة س



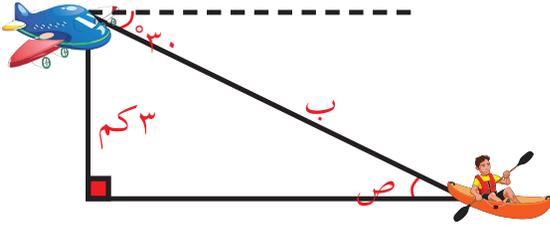
ظا  $36^\circ =$  ومنها:  $س = 15,6 \times 0,73$  ،  $س = \dots\dots\dots$  م



### نشاط ٣:

رصدَ طيارٌ قارباً بزاوية انخفاضٍ مقدارها  $30^\circ$ ، أجدُ البُعدَ بينَ

القاربِ والطائرة، علماً أن الطائرة تُحلِّقُ على ارتفاع ٣ كم فوق مستوى سطح البحر؟ أرسمُ شكلاً توضيحياً، كما في الشكل المجاور: اعتبرُ ب: بُعد الطائرة عن القارب. ومنها: ص  $= 30^\circ$  (لماذا؟) جا  $30^\circ = \frac{3}{ب}$  ومنها: ب  $\times \dots = 3 = ب \dots = \dots$  كم



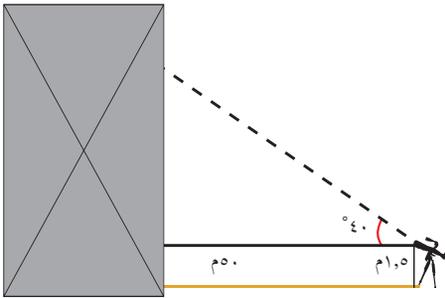
### تمارينٌ ومَسائلٌ :

- (١) تطيرُ طائرةٌ أفقياً على ارتفاع ٦ كم، فإذا رصَدتِ الطائرةُ هدفاً على الأرضِ بزاوية انخفاضٍ مقدارها  $60^\circ$ ، فما بُعدُ الطائرة عنِ الهدفِ في تلكَ اللحظة؟
- (٢) قاسَ أحمدُ زاويةَ ارتفاعِ شجرةٍ، فكانت  $70^\circ$ ، ثمَّ تحرَّكَ إلى الخلف مسافة ١٠ م، وقاسَ زاويةَ ارتفاعِها، فكانت  $26^\circ$ ، فما ارتفاعُ هذه الشَّجرة؟



### مهمة تعليمية :

رصدت كاميرا مثبتة على ارتفاع ١,٥ م عن سطح الأرض قمة شجرة، بزاوية ارتفاع مقدارها  $40^\circ$ ، فإذا كانت الكاميرا تبعد ٥٠ متراً عن ساق الشجرة، كما في الشكل.



أجدُ كلاً من:

(١) ارتفاع هذه الشجرة.

(٢) بُعد الكاميرا عن قمة الشجرة؟ وهل يُمكن إيجاد هذا البُعدِ بطريقةٍ مختلفة؟



## ٤-٤ احتمال الحادث

عدد عناصر ح

أذكر: إذا كان ح حادثاً في فضاءٍ عينيٍّ  $\Omega$ ، فإن احتمال الحادث ح =  $\frac{\text{عدد عناصر ح}}{\text{عدد عناصر } \Omega}$

$$\frac{ع(ح)}{ع(\Omega)} = ل(ح)$$



### نشاط ١:

لدى رمي حجر الترد المنتظم مرةً واحدةً، وملاحظة الرقم الظاهر على الوجه

العلوي، أكتب  $\Omega$ ، ثم أحسب احتمال الحوادث  $ح_١$ ،  $ح_٢$ ،  $ح_٣$ ،  $ح_٤$ :  $\Omega = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦\}$

(١)  $ح_١$ : ظهور عددٍ زوجيٍّ

$$ح_١ = \{٢، ٤، ٦\}$$

$$\frac{ع(ح_١)}{ع(\Omega)} = ل(ح_١) \quad \text{ومنها}$$

$$= \dots \quad \text{وهو عدد موجب}$$

(٢)  $ح_٢$ : ظهور عددٍ أقلّ من ٢

$$ح_٢ = \{١\} \quad \text{ومنها ل}(ح_٢) = \frac{ع(ح_٢)}{ع(\Omega)} = \dots \quad \text{وهو عدد } \dots$$

(٣)  $ح_٣$ : ظهور عددٍ أقلّ من ١

$$ح_٣ = \emptyset \quad \text{(لماذا؟)}$$

$$\text{ومنها: ل}(ح_٣) = \frac{\cdot}{٦} = \dots$$

(٤)  $ح_٤$ : ظهور عددٍ أكبر من صفر

$$ح_٤ = \Omega \quad \text{(لماذا؟)}$$

$$\text{ومنها: ل}(ح_٤) = ١ \quad \text{(لماذا؟)}$$





## نشاط ٤:

مجموعة علب عصير تضم ٣ علب عصير ليمون، و٥ علب عصير تفاح، و٢ علبة عصير عنب، غُمِرت في حوض ماء فأزيلَ عنها اللاصقُ الخارجي الذي يغلفها، فإذا اختيرت علبةٌ عشوائياً، فما احتمال أن تكونَ العلبة المختارة:

(١) تحتوي عصير تفاح. (٢) تحتوي عصير عنب.

$$(١) \text{ ل (العلبة تحتوي عصير تفاح) } = \frac{\text{عدد علب التفاح}}{\text{عدد العلب الكلي}} = \frac{٥}{١٠}$$
$$(٢) \text{ ل (العلبة تحتوي عصير عنب) } = \frac{\text{عدد علب العنب}}{\text{عدد العلب الكلي}} = \frac{٢}{١٠}$$



## تمارين ومسائل:

- (١) يريد أحمدُ اختيارَ مِظَلَّةٍ عشوائياً من صُنْدُوقٍ يضمُّ ٣ مِظَلَّاتٍ ملوَّنة برسومٍ للأطفال، و ٧ منها ملوَّنة بالأزرق، و ٣ منها ملوَّنة بالأصفر، ما احتمال:
- (أ) أن تكونَ المِظَلَّةُ المختارة ملوَّنة برسوم الأطفال؟  
(ب) أن تكونَ المِظَلَّةُ المختارة ملوَّنة بالأزرق؟  
(ج) أن تكونَ المِظَلَّةُ المختارة غيرَ ملوَّنة برسوم الأطفال؟
- (٢) لدى رمي قطعة نقدٍ ثلاث مرّاتٍ وملاحظة النتائج الظاهرة على الوجه العلوي في الرميات الثلاث، أجد احتمال الحوادث الآتية:
- (أ) ح<sub>١</sub>: ظهور صورة وكتابتين.  
(ب) ح<sub>٢</sub>: ظهور صورتين على الأقلّ.  
(ج) ح<sub>٣</sub>: أن تكون النتائج على الأوجه الثلاثة متشابهة.
- (٣) لدى إلقاء قطعة نقدٍ، ثم رمي حجرٍ نرد، أجد احتمال الحوادث الآتية:
- (أ) ح<sub>١</sub>: ظهور صورة، وعدد زوجيّ.  
(ب) ح<sub>٢</sub>: ظهور كتابة، وعدد أقلّ من ٣.
- (٤) إذا كان ح<sub>١</sub>، ح<sub>٢</sub> حادثين في فضاءٍ عينيّ، وكان ل (ح<sub>١</sub>) = ٠,٦ وكان ع (ح<sub>١</sub>) = ٣، ع (ح<sub>٢</sub>) = ٤، فما قيمة ل (ح<sub>٢</sub>)؟



## ٥-٤ قوانين الاحتمالات

أندكر: إذا كان  $A$ ،  $B$  حدثين في فضاءٍ عينيّ، فإن  $P(A \cap B)$  هو احتمال حدوث الحدثين  $A$ ،  $B$  معاً، أمّا  $P(A \cup B)$ ، فهو احتمال حدوث أحد الحدثين  $A$ ، أو  $B$  على الأقلّ وأنّ:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$



### نشاط ١:

أكمل إيجاد  $P(A \cup B)$  في كلّ ممّا يأتي:

$$(١) \quad \text{إذا كان } P(A) = ٠,٤, P(B) = ٠,٧, P(A \cap B) = ٠,٢$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= ٠,٤ + \dots - \dots$$

$$= ٠,٩ - ١,١ = \dots$$

$$(٢) \quad \text{إذا كان } P(A) = ٠,٧, P(B) = ٠,٢, P(A \cap B) = ٠,٣$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= ٠,٧ + ٠,٢ - ٠,٣ = \dots$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= ٠,٧ + ٠,٣ - ٠,٣ = \dots$$

$$= \dots$$



## نشاط ٢:

إذا كان احتمال نجاح رجاء في امتحان الرياضيات ٠,٧، واحتمال نجاحها في امتحان اللغة العربية ٠,٨، واحتمال نجاحها في الإمتحانين معاً ٠,٦، فما احتمال نجاح رجاء في أحد هذين الإمتحانين؟

أفرض أن:  $P_1$  = احتمال نجاح رجاء في الرياضيات، ومنها:  $P_1 = 0,7$

وأن:  $P_2$  = احتمال نجاح رجاء في اللغة العربية، ومنها:  $P_2 = \dots$

أستنتج أن:  $P_1 \cap P_2 = 0,6$  (لماذا؟)، وأن المطلوب هو:  $P_1 \cup P_2$  (لماذا؟)

$$P_1 \cup P_2 = P_1 + P_2 - P_1 \cap P_2$$

$$0,6 - 0,8 + \dots =$$

$$0,6 - 1,5 =$$

$$\dots =$$

أتعلم: إذا كان  $P_1$ ،  $P_2$  حادثين منفصلين ( $P_1 \cap P_2 = \emptyset$ )، فإن:  
 $P_1 \cap P_2 = 0$  (صفر،  
وعندها يكون  $P_1 \cup P_2 = P_1 + P_2$ .



أناقش: الحادثان المنفصلان، هما حادثان لا يمكن أن يحدثا في الوقت ذاته.





## نشاط ٣:

إذا كان  $C_1$ ،  $C_2$  حادثين في فضاءٍ عينيّ، وكان  $L(C_1) = 0,4$ ،  $L(C_2) = 0,5$ ،  
 $L(C_1 \cup C_2) = 0,8$ ، فهل  $C_1$ ،  $C_2$  منفصلان؟  
 $L(C_1 \cup C_2) = L(C_1) + L(C_2) - L(C_1 \cap C_2)$   
 $0,8 = 0,4 + 0,5 - L(C_1 \cap C_2)$   
 $L(C_1 \cap C_2) = 0,1$  (لماذا؟)  
ومنها:  $L(C_1 \cap C_2) = 0,1$   
وعليه فإنّ:  $C_1$ ،  $C_2$  غير منفصلين.



## نشاط ٤:

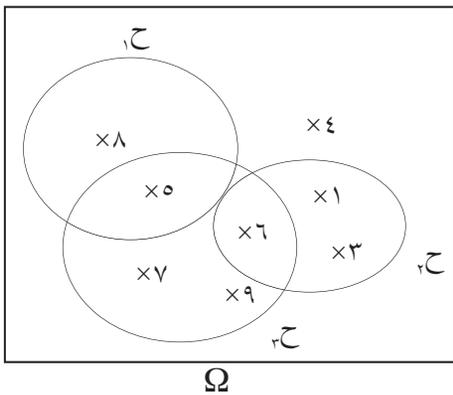
أتأملُ التمثيل المجاور بأشكال فن للفضاء العيني  $(\Omega)$ ،  
لتجربة عشوائية والحوادث  $C_1$ ،  $C_2$ ،  $C_3$ ، ثم أكمل:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C_1 = \{5, 8\} \text{ ومنها: } L(C_1) = \frac{2}{8}$$

$$C_2 = \{1, 3, 6\} \text{ ومنها: } L(C_2) = \dots$$

$$C_3 = \{5, 6, 7, 9\} \text{ ومنها: } L(C_3) = \dots$$



$$\dots = {}_1C \cap {}_2C$$

ومنها:  ${}_1C \cup {}_2C = {}_1C + {}_2C$  (لماذا؟)

$$\dots = \frac{3}{8} + \frac{2}{8} =$$

$$\dots = {}_2C \cap {}_3C = \{6\}$$

$${}_2C \cup {}_3C = {}_2C + {}_3C - {}_2C \cap {}_3C$$

$$\frac{1}{8} - \frac{4}{8} + \frac{3}{8} =$$

$$\dots = \text{(لماذا؟)}$$

$$\dots = {}_3C \cap {}_4C = \{5\}$$

$${}_3C \cup {}_4C = {}_3C + {}_4C - {}_3C \cap {}_4C$$

$$\frac{1}{8} - \frac{4}{8} + \frac{2}{8} =$$

$$\dots = \text{(لماذا؟)}$$



## تمارين ومسائل

(١) يضمُّ صفٌّ ٣٠ طالباً، فإذا كان ١٤ منهم يتابعون مباريات كرة القدم، ١٠ منهم يتابعون مباريات كرة السلة، ٨ يتابعون مباريات اللعبتين. فإذا تمَّ اختيارُ أحدِ طلاب الصفِّ عشوائياً، فما احتمال أن يكون هذا الطالب من متابعي:

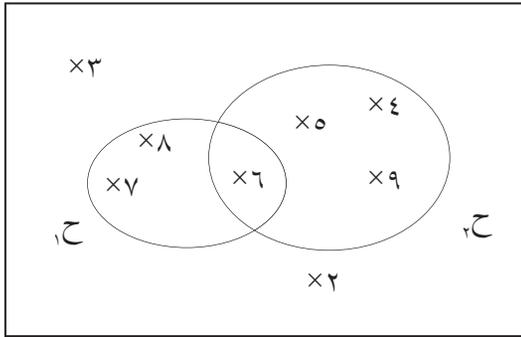
(أ) مباريات كرة السلة وكرة القدم. (ب) مباريات كرة السلة أو كرة القدم.

(٢) إذا كان احتمال نجاح يمني في الرياضيات ٠,٧٥، واحتمال نجاحها في الفيزياء ٠,٨، واحتمال نجاحها في الرياضيات، أو الفيزياء = ٠,٨٨، فما احتمال نجاحها في المبحثين معاً؟

(٣) إذا كان  $L(H_1) = 2$  و  $L(H_2) = 7$ ، وكان  $L(H_1 \cup H_2) = 7$ ،  $L(H_1 \cap H_2) = 3$ ، أجد:  $L(H_1)$ ،  $L(H_2)$ .

(٤) سُحِبَتْ بطاقة عشوائياً من صندوق يضم ٨ بطاقاتٍ مرقّمة بالأرقام: ١ إلى ٨، فإذا كان  $H_1$ : يمثل ظهور عددٍ أولي،  $H_2$ : يمثل ظهور مربع عددٍ طبيعي،  $H_3$ : يمثل ظهور عددٍ أكبر من ٣. أجدُ كلاً من:  $L(H_1 \cup H_2)$ ،  $L(H_2 \cup H_3)$ ،  $L(H_1 \cup H_3)$ .

(٥) معتمداً على التمثيل المجاور، أجد الآتي:



(أ)  $L(H_1 \cap H_2)$

(ب)  $L(H_1 \cup H_2)$



**مهمة تعليمية :**

يُرَادُ اختيارُ حرفٍ عشوائياً من مجموعة بطاقاتٍ كُتِبَتْ عليها الحروف: س، ل، ق، د، ت، ف، ط، ي، ن، و، ب، ر، ا. أجد  $L(H_1 \cap H_2)$ ،  $L(H_1 \cup H_2)$ :



## ٦-٤ احتمال المتمة لحادث والفرق بين حادثين

أتعلم: إذا كان ح حادثاً في فضاءٍ عينيّ، فإنّ ل(ح) هو احتمال متمة الحادث ح، والذي يعني أيضاً احتمال عدم حدوث الحادث ح، وأنّ:  $ل(ح) + ل(\bar{ح}) = ١$   
أي أنّ:  $ل(\bar{ح}) = ١ - ل(ح)$



### نشاط ١:

لدى إلقاء قطعة نقدٍ منتظمة ثلاث مرات، ما احتمال ظهور الصورة مرة واحدة على الأقل؟  
أفرض ح : حادث ظهور الصورة مرة واحدة على الأقل.  
ومنها  $\bar{ح}$  : عدم ظهور أيّ صورة  
ومنها  $\bar{ح} = \{ك ك ك\}$

$$ع(\Omega) = ٨ \quad (\text{لماذا؟})$$

$$\text{ومنها: } ل(\bar{ح}) = \frac{١}{٨}$$

$$ل(ح) = ١ - ل(\bar{ح})$$

$$= ١ - \frac{١}{٨} = \dots$$



### نشاط ٢:

إذا كان ل(ح<sub>١</sub>) = ٠,٤ ، ل(ح<sub>٢</sub>) = ٠,٦ ، ل(ح<sub>١</sub> ∩ ح<sub>٢</sub>) = ٠,٣ ، أجد:  
أ) احتمال حدوث ح<sub>١</sub>

ب) احتمال عدم حدوث ح<sub>٢</sub>.

ج) احتمال عدم حدوث الحادثين ح<sub>١</sub> ، ح<sub>٢</sub> معاً .

$$\text{أ) احتمال حدوث ح}_١ = ١ - ل(\bar{ح}_١) = ١ - \dots = ٠,٦$$

$$\text{ب) احتمال عدم حدوث ح}_٢ = ل(\bar{ح}_٢)$$

$$= ١ - ل(ح_٢) = \dots - ٠,٦ = \dots$$

ج) احتمال عدم حدوث الحادثين ح<sub>١</sub> ، ح<sub>٢</sub> معاً = ل(ح<sub>١</sub> ∩ ح<sub>٢</sub>) (لماذا؟)

$$= ١ - ل(ح_١ \cup ح_٢)$$

$$= ١ - \dots = ٠,٧$$



**أتعلم:** إذا كان  $H_1, H_2$  حدثين في فضاء عيني، فإن احتمال حدوث  $H_1$  وعدم حدوث  $H_2$  التي تُكتب على الصورة  $L(H_1 - H_2)$ ، يمكن أن تُحسب من القاعدة:  
 $L(H_1 - H_2) = L(H_1) - L(H_1 \cap H_2)$   
وبالمثل فإن:  $L(H_2 - H_1) = L(H_2) - L(H_1 \cap H_2)$ .



### نشاط ٣:

إذا كانت  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ ، وكان  $H_1 = \{1, 2, 4, 5, 8\}$ ،  
 $H_2 = \{2, 3, 5, 6, 9\}$ ، أجد  $H_1 - H_2$ ، ثم أكمل:  
 $H_1 - H_2$  يعني حدوث  $H_1$  وعدم حدوث  $H_2$ ؛ أي العناصر الموجودة في  $H_1$  وغير موجودة في  $H_2$  ومنها:  $H_1 - H_2 = \{1, 4, 8\}$  (لماذا؟)  
 $L(H_1 - H_2) = \frac{3}{7}$   
 $H_1 \cap H_2 = \{2, 5\}$  ومنها:  $L(H_1 \cap H_2) = \dots$   
 $L(H_1) - L(H_1 \cap H_2) = \frac{2}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$   
ألاحظ أن:  $L(H_1 - H_2) = L(H_1) - L(H_1 \cap H_2)$



## نشاط ٤ :

يحتوي صندوق على سبع كراتٍ مرقّمةٍ بالأرقام ٢، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، يريد حمزة سحب كرةٍ من الصندوق عشوائياً، فإذا كان الحادث  $ح_١$  يمثل ظهور رقمٍ يقبل القسمة على ٢، وكان الحادث  $ح_٢$  يمثل ظهور رقمٍ أكبر من ٤، أجد: ل(ح<sub>١</sub> - ح<sub>٢</sub>)، ل(ح<sub>٢</sub> - ح<sub>١</sub>)، ل(ح<sub>١</sub> - ح<sub>٢</sub>).

$$ح_١ = \{ ٢، ٤، \dots، ٨ \}، ومنها: ل(ح_١) = \frac{٤}{٧}$$

$$ح_٢ = \{ ٥، ٦، ٧، ٨، ٩ \}، ومنها: ل(ح_٢) = \frac{٥}{٧}$$

$$ح_١ \cap ح_٢ = \{ ٦، ٨ \}، ومنها: ل(ح_١ \cap ح_٢) = \frac{٢}{٧}$$

$$ل(ح_١ - ح_٢) = ل(ح_١) - ل(ح_١ \cap ح_٢)$$

$$= \frac{٤}{٧} - \frac{٢}{٧} =$$

$$\dots =$$

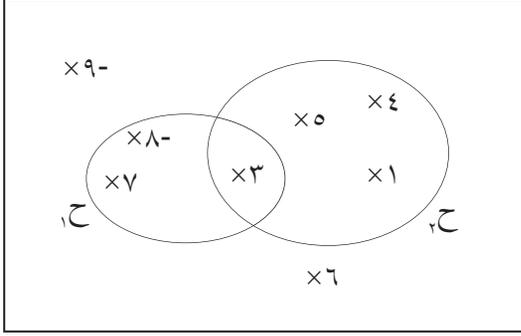
$$ل(ح_٢ - ح_١) = ل(ح_٢) - ل(ح_١ \cap ح_٢)$$

$$= \frac{٥}{٧} - \frac{٢}{٧} =$$

$$\frac{٣}{٧} =$$



## تمارين ومسائل :



$\Omega$

(١) معتمداً على الشكل المجاور، أجد كلاً ممّا يأتي :

(أ) ل(ح<sub>١</sub>)

(ب) ل(ح<sub>٢</sub>)

(ج) ل(ح<sub>١</sub> - ح<sub>٢</sub>)

(د) ل(ح<sub>٢</sub> - ح<sub>١</sub>)

(٢) إذا كان احتمالُ نجاحِ رؤى في امتحان الرياضيات ٠,٩، واحتمالُ نجاحِها في امتحان اللغة العربية ٠,٨٥، واحتمالُ نجاحِها في المبحثين معاً ٠,٨، أجد كلاً ممّا يأتي :

(أ) احتمال عدم نجاح رؤى في الرياضيات .

(ب) احتمال نجاحها في الرياضيات، وعدم نجاحها في اللغة العربية .

(ج) احتمال عدم نجاحها في المبحثين معاً .

(٣) إذا كان ل(ح<sub>١</sub>) = ٠,٥ ، ل(ح<sub>٢</sub>) = ٠,٦ ، ل(ح<sub>١</sub> ∩ ح<sub>٢</sub>) = ٠,٣ ، أجد :

(أ) احتمال عدم حدوث ح<sub>١</sub> .

(ب) احتمال حدوث ح<sub>٢</sub> .

(ج) احتمال عدم حدوث الحادثين ح<sub>١</sub> ، ح<sub>٢</sub> معاً .



## مهمة تعليمية :

استطلع المعلم آراء ٣٦ طالباً من طلاب الصف الثامن حول طبيعة الألعاب الرياضية التي يفضلون ممارستها، فوجد أنّ: ٢٠ طالباً يفضلون الألعاب الجماعية، و ١٠ طلاب يفضلون ممارسة الألعاب الفردية، و ٦ طلاب يفضلون ممارسة النوعين من الألعاب. إذا تمّ اختيار طالب عشوائياً، فما احتمال أن يكون هذا الطالب:

(أ) لا يفضل ممارسة الألعاب الجماعية؟

(ب) يفضل ممارسة الألعاب الفردية، ولا يفضل ممارسة الألعاب الجماعية؟

(ج) يفضل ممارسة الألعاب الجماعية، ولا يفضل ممارسة الألعاب الفردية؟



## ورقة عمل

س ١ أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في الفقرات (١-٤):

(١) ما قياس زاوية الارتفاع لسلم طوله (١٤) م، وُضع بشكل مائل على حائط طوله (٧) م؟

- (أ)  $30^\circ$  (ب)  $60^\circ$  (ج)  $45^\circ$  (د)  $70^\circ$

(٢) إذا كان احتمال نجاح طالب في امتحان علوم يساوي 3 أمثال رسوبه فيه، واحتمال نجاحه في امتحان رياضيات يساوي  $\frac{1}{4}$ ، واحتمال نجاحه في الامتحانين معاً يساوي  $\frac{1}{8}$ ، ما احتمال نجاحه في أحد الامتحانين؟

- (أ)  $\frac{3}{8}$  (ب)  $\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{1}{2}$  (د)  $\frac{3}{4}$

(٣) في تجربة رمي حجري نرد منتظمين، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي، ما احتمال أن يكون العددين الظاهران مختلفين؟

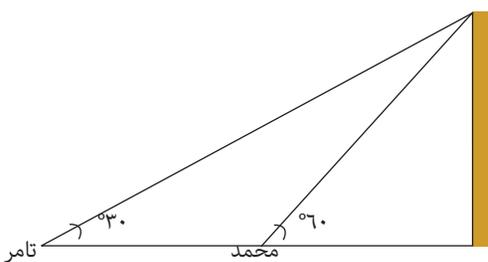
- (أ)  $\frac{1}{36}$  (ب)  $\frac{6}{36}$  (ج)  $\frac{18}{36}$  (د)  $\frac{30}{36}$

(٤) أي الآتي تساوي جا  $25^\circ$ ؟

- (أ) جتا  $25^\circ$  (ب) جتا  $65^\circ$  (ج) جا  $65^\circ$  (د) ظا  $65^\circ$

س ٢: في تجربة إلقاء قطعة نقد، ثم رمي حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجهين الظاهرين، وكان ح<sub>١</sub>: حادث ظهور صورة مع عدد زوجي. ح<sub>٢</sub>: حادث ظهور صورة مع عدد أولي. أجد: ل (ح<sub>٢</sub> - ح<sub>١</sub>).

س ٣: يقف محمد وتامر أمام البرج، كما هو موضح في الشكل المجاور، حيث يبعد



محمد عن قاعدة البرج (٣٠) متراً، انظر الشكل

ثم جد ما يأتي:

١ - ارتفاع البرج.

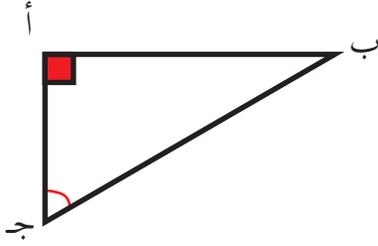
٢ - المسافة بين محمد و تامر.



## اختبار ذاتي

(١) أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

(١) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في أ، أي الآتية تُمثّل جاج؟



(أ)  $\frac{أب}{أج}$  (ب)  $\frac{أج}{أب}$

(ج)  $\frac{أب}{ب ج}$  (د)  $\frac{أج}{ب ج}$

(٢) أي الآتية يُمكن أن يُمثّل جيب تمام زاوية حادة؟

(أ) صفر (ب) ٠,٨٩ (ج) ١ (د) ٢

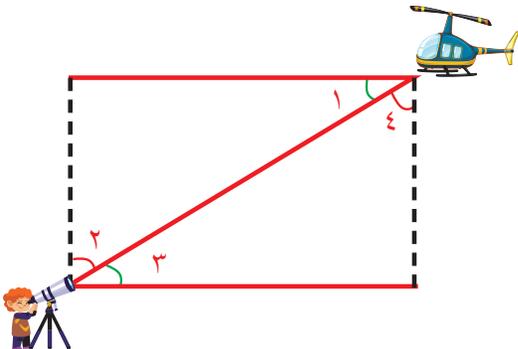
(٣) أي الآتية تساوي جا ٤٠°؟

(أ) جتا ٤٠° (ب) جا ٥٠° (ج) جتا ٥٠° (د) ظا ٥٠°

(٤) ما قيمة حا ٤٥°؟

(أ) ٠,٢٥ (ب) ٠,٥ (ج) ٠,٧٥ (د) ١

(٥) في الشكل الآتي، ما الزاوية التي تُمثّل زاوية ارتفاع المروحية؟



(أ) ١ (ب) ٢

(ج) ٣ (د) ٤

٦) لدى إلقاء قطعة نقد منتظمة مرتين، ما احتمال ظهور الصورة في رمية واحدة فقط من هاتين الرمتين؟

- أ) ٠,٢٥      ب) ٠,٥      ج) ٠,٧٥      د) ١

٧) إذا كانت  $E(\Omega) = ١٠$ ، وكان  $H = \{٣, ٤, ٥\}$ ، فما قيمة  $E(\overline{H})$ ؟

- أ) ٠,٣      ب) ٠,٧      ج) ٣      د) ٧

٨) إذا كان  $L(H) = L(\overline{H})$ ، فأَيُّ العبارات الآتية دائماً صحيحة؟

أ)  $H = \overline{H}$       ب)  $H, \overline{H}$  منفصلين

ج)  $H - \overline{H} \neq \emptyset$       د)  $L(H) = L(\overline{H})$

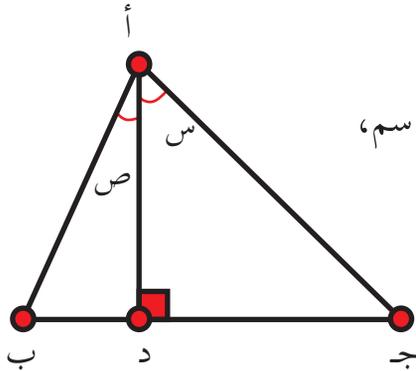
٩) عائلة مكونة من أربعة أطفال، ما احتمال أن يكون لديها ٤ أطفال ذكور؟

- أ)  $\frac{1}{2}$       ب)  $\frac{1}{4}$       ج)  $\frac{1}{8}$       د)  $\frac{1}{16}$

١٠) إذا كان  $L(H) = ٠,٣$ ،  $L(\overline{H}) = ٠,٤$ ، وكان  $H, \overline{H}$  منفصلين، فأَيُّ العبارات الآتية خاطئة؟

أ)  $L(H - \overline{H}) = ٠,٣$       ب)  $L(H - \overline{H}) = ٠,٤$

ج)  $L(H \cup \overline{H}) = ٠,٧$       د)  $L(H \cap \overline{H}) = \text{صفر}$



٢) المثلثُ أ ب ج، فيه أ د عموديٌّ على ب ج، حيثُ إن:

أ ج = ٢٠ سم، أ ب = ١٥ سم، أ د = ١٢ سم، ب ج = ٢٥ سم،

ب د = ٩ سم، أجد:

أ) جاس

ب) ظاص

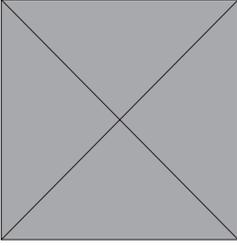
ج) جاب

د) جتاج

٣) أجد قيمة كل من الآتية، دون استخدام الآلة الحاسبة:

أ)  $30^\circ + 45^\circ$  جا

ب)  $33^\circ - 57^\circ$  جا

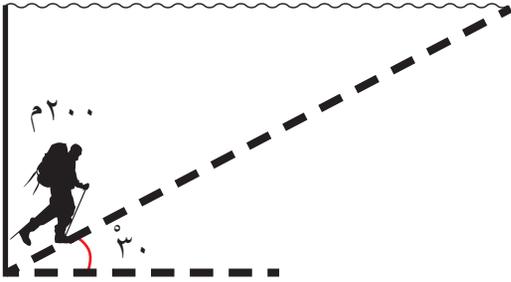


٤) أجد كلاً من الآتية:

أ)  $63^\circ$  جتا

ب)  $24^\circ$  جا

ج)  $80^\circ$  ظا



٥) يريد رياضيُّ تسلُّقَ منحدرٍ، ارتفاعُ قِمَّتِهِ ٢٠٠ م عن نقطة انطلاقه، حيثُ يمشي في مسارٍ مائلٍ بزاويةٍ مقدارها  $30^\circ$ ، كما في الشكل المجاور، فما طول المسار الذي سيسلكه الرياضيُّ حتى يصلَ إلى قِمَّة المنحدر؟

٦) في تجربة رمي حجر نرد منتظم مرة واحدة، إذا كان ح<sub>١</sub>: حادث ظهور عدد أقل من ٤، ح<sub>٢</sub>:

حادث ظهور عدد زوجي، فما احتمال ظهور عدد أقل من ٤، أو ظهور عدد زوجي؟

٧) إذا كان ح<sub>١</sub>، ح<sub>٢</sub> حادثين منفصلين، وكان ل(ح<sub>١</sub>) = ٠,٧، ل(ح<sub>٢</sub>) = ٠,٢، أجد:

أ) ل(ح<sub>١</sub> ∪ ح<sub>٢</sub>)      ب) ل(ح<sub>١</sub> ∩ ح<sub>٢</sub>)

٨) إذا كان  $P(A) = 0.4$ ، وكان  $P(A \cup B) = 0.75$ ، أجد  $P(B)$ ،  $P(A \cap B)$ ، علماً بأن  $A$  و  $B$  حدثان منفصلان.

٩) إذا كان  $P(A) = 0.3$ ،  $P(B) = 0.65$ ، وكان  $P(A \cap B) = 0.05$ ، أجد:

$$P(A \cup B) \quad P(\overline{A \cap B}) \quad P(\overline{A} \cap \overline{B})$$

١٠) أقيم ذاتي: أكمل الجدول الآتي:

المهارة	مرتفع	متوسط	دون المتوسط
إيجاد النسب المثلثية الأساسية لأي زاوية حادة.			
استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد النسب المثلثية لزاوية حادة.			
تعرّف العلاقة بين جيب الزاوية وجيب تمام متممها.			
استنتاج النسب المثلثية لزاويا خاصة.			
توظيف النسب المثلثية وزوايا الارتفاع والانخفاض في حلّ مسائل حياتية.			
إيجاد احتمال حادث في تجربة عشوائية.			
إيجاد احتمال الاتحاد لأي حدثين.			
إيجاد احتمال متممة حادث.			
إيجاد احتمال الفرق بين حدثين.			
توظيف الاحتمالات في حل مسائل حياتية.			