

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الفترة الثالثة

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم



مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps

f.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym

هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

المحتويات

دروس الوحدة

٣ - ١	النسب المثلثية	٣	٣ - ٧	المتباينات الخطية بمتغيرين	٢٣
٣ - ٢	النسب المثلثية الثانوية	٥	٣ - ٨	كثيرات الحدود	٢٧
٣ - ٣	المتطابقات المثلثية	٩	٣ - ٩	جمع كثيرات الحدود وطرحها	٣٠
٣ - ٤	المعادلات المثلثية	١٢	٣ - ١٠	ورقة عمل	٣٣
٣ - ٥	الفترات	١٤	٣ - ١١	الاختبار	٣٤
٣ - ٦	المتباينات الخطية بمتغير واحد	١٨			

النتائج

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف النسب المثلثية والجبر وتطبيقات الحساب وكثيرات الحدود في الحياة العملية من خلال الاتي:

١ إيجاد النسب المثلثية الأساسية والثانوية للزوايا الحادة.

٢ التعرف إلى العلاقات بين النسب المثلثية.

٣ التعرف إلى مفهوم المتطابقة المثلثية.

٤ إثبات صحة متطابقة مثلثية .

٥ حل معادلة مثلثية .

٦ التعرف إلى الفترات وأنواعها .

٧ تمثيل الفترات على خطّ الأعداد.

٨ التعرف إلى المتباينة الخطية بمتغير واحد، وحلّها.

٩ التعرف إلى المتباينة الخطية بمتغيرين، وتمثيلها بيانياً.

١٠ حلّ نظام من المتباينات الخطية بمتغيرين بيانياً.

١١ التعرف إلى كثيرات الحدود.

١٢ جمع كثيرات الحدود وطرحها.

نشاط (١): برج الساعة في عكا واحد من سبعة أبراج أقيمت في فلسطين عام ١٩٠١م.



يمثل الشكل المقابل مثلثاً قائم الزاوية في ب، أكمل ما يأتي :

(١) يُسمّى الضلع أ ب بالنسبة إلى الزاوية أ مجاوراً.

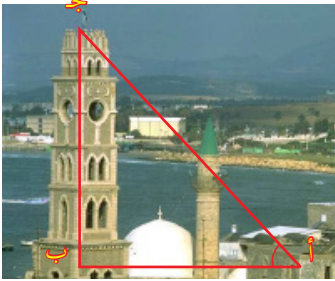
(٢) يُسمّى الضلع ب ج بالنسبة إلى الزاوية أ: —

(٣) يُسمّى الضلع أ ج وتر المثلث القائم الزاوية، وهو أطول أضلاع المثلث.

(٤) جيب الزاوية أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

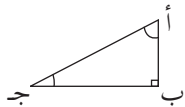
(٥) جيب تمام الزاوية أ = —

(٦) ظل الزاوية أ = —



النسبة بين طولَي ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية تُسمّى نسبةً مثلثية.

أتذكر:



في المثلث القائم الزاوية تُسمّى هذه النسب (جا أ، جتا أ، ظا أ) النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة أ.

أتذكر:

نشاط (٢): أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، فيه جتا ج = $\frac{2}{3}$ ، أ ج = ٣ وحدات، أجد:



(١) ظا ج (٢) جا ج

نرسم رسماً تخطيطياً للمثلث أ ب ج

$$\frac{\boxed{}}{3} = \frac{\boxed{}}{\text{أ ج}} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

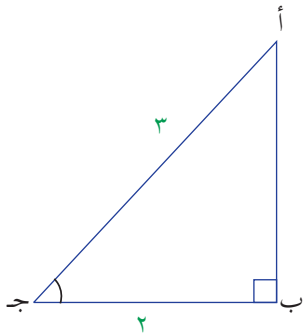
ومنها ب ج = ٢ وحدة ، ثم نعيّن أطوال الأضلاع على المثلث

$$(\text{أ ب})^2 = (\text{أ ج})^2 - (\text{ب ج})^2 \quad (\text{لماذا ؟})$$

$$\text{أ ب} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{ظا ج} = \underline{\hspace{2cm}}$$

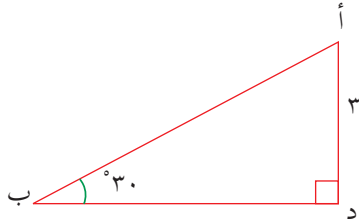
$$\text{جا ج} = \underline{\hspace{2cm}}$$





نشاط (٣): أ د ب مثلث قائم الزاوية في د، فيه أ د = ٣ وحدات، أجد كل من:

(٣) النسب المثلثية الأساسية للزاوية: 30° ، 60°

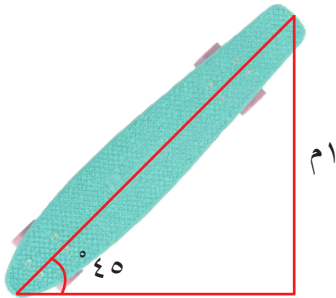


(١) أ ب
المثلث أ د ب فيه جا $30^\circ = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
أ ب = أ ب

ومنها ب د = $\frac{1}{2}$ جا $30^\circ = \frac{1}{2}$
جا $60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ظا $30^\circ = \frac{1}{2}$ جتا $30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
ظا $60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ جتا $60^\circ = \frac{1}{2}$

نشاط (٤): لوح للتزلج يرتفع أحد طرفيه عن الأرض ١ م، ويصنع طرفه الآخر مع الأرض زاوية قياسها 45° كما في الشكل المجاور بالاعتماد على المعلومات الواردة في الشكل، أكمل إيجاد:



(١) طول لوح التزلج

طول لوح التزلج = م ، لأن

(٢) النسب المثلثية الأساسية للزاوية 45°

جا $45^\circ = \frac{1}{2}$ جتا $45^\circ = \frac{1}{2}$

ظا $45^\circ = \frac{1}{2}$

إذا كانت س زاوية حادة، فإن: $0 < \text{جا س} < 1$

$0 < \text{جتا س} < 1$

أنتذكر:

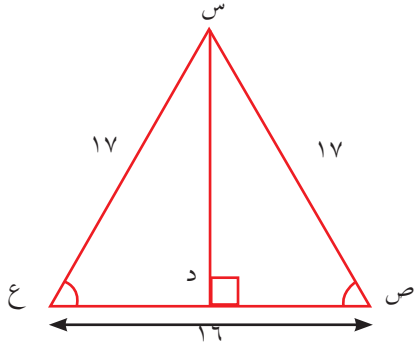


تمارين ومسائل:

س١ أجد قيم النسب المثلثية الأساسية للزاوية الصغرى في المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب، إذا كان أ ب = ٨ سم ، أ ج = ١٠ سم.

س٢ أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، إذا علمت أن ج ا ج = $\frac{5}{3}$ ، وأن أ ب = $\sqrt{5}$ ، أجد : جتا ج ، ظا ج

نشاط (١): س ص ع مثلث متساوي الساقين فيه: س ص = س ع = ١٧ وحدة،



ص ع = ١٦ وحدة، أكمل إيجاد:

طول س د = ——— (نظرية فيثاغورس)

س د = س ص ، وتمثل جا ص.

س ص = س د ، وتمثل جتا ص

ص ص = س د ، وتمثل جتا ص

ص د = س د ، وتمثل ظا ص

ص د = س د ، وتمثل ظا ص

ص د = س د ، وتمثل ظا ص

أَتَعَلَّمُ : النسب المثلثية الناتجة عن مقلوب النسب المثلثية الأساسية تُسمى النسب المثلثية الثانوية، وتُعرف كما يأتي:

قاطع الزاوية س: قا س = $\frac{1}{\text{جتا س}}$ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

قاطع تمام الزاوية س: قتا س = $\frac{1}{\text{جا س}}$ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

ظل تمام الزاوية س: ظتا س = $\frac{1}{\text{ظا س}}$ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

نشاط (٢): أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ٧ سم، أ ج = ٨ سم، أ ج د:



(١) قا أ (٢) قتا أ (٣) ظتا أ (٤) جا أ × قتا أ (٥) جتا أ × قا أ

نجد أولاً طول الضلع ب ج : (ب ج) = (أ ج) - (أ ب)

(ب ج) = ٦٤ - ٤٩ = ١٥، ومنها ب ج =

$$(١) \text{ قا أ} = \frac{١}{٧} = \frac{٨}{٧}$$

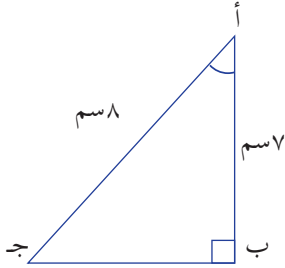
$$(٢) \text{ قتا أ} = \frac{١}{٧} = \frac{٨}{٧}$$

$$(٣) \text{ ظتا أ} = \frac{١}{٧} = \frac{٨}{٧}$$

$$(٤) \text{ جا أ} \times \text{قتا أ} = \text{جا أ} \times \frac{١}{٧} = \frac{٨}{٧}$$

$$(٥) \text{ جتا أ} \times \text{قا أ} = \frac{١}{٧} = \frac{٨}{٧}$$

ألاحظ أن: النسبة المثلثية × مقلوبها =

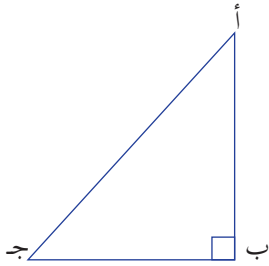


نشاط (٣): أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب. فيه: $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ، ومنها:



$$\angle B = 90^\circ - \angle A$$

أكمل إيجاد النسب المثلثية، باستخدام أطوال أضلاع المثلث:



$$\text{جا أ} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ج}}, \quad \text{جتا أ} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ج}}$$

$$\text{ظتا أ} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ب}}, \quad \text{ظتا أ} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ب}}$$

$$\text{ظتا أ} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ب}}, \quad \text{ظتا أ} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ب}}$$

$$\text{ظتا أ} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ب}}, \quad \text{ظتا أ} = \frac{\text{ب ج}}{\text{أ ب}}$$

$$\text{قا أ} = \frac{\text{أ ج}}{\text{أ ب}}, \quad \text{قا أ} = \frac{\text{أ ج}}{\text{أ ب}}$$

أقارن بين كلّ نسبتين متقابلتين، ثم أستنتج العلاقة بين النسب المثلثية للزاويتين : أ، ($90^\circ - \text{أ}$) ؟



إذا كانت أ زاوية حادة، فإن:

(١) ج أ = جتا (٩٠° - أ) ، والعكس صحيح، جا الزاوية = جتا المتممة.

(٢) ظ أ = ظتا (٩٠° - أ) ، والعكس صحيح، ظل الزاوية = ظتا المتممة.

(٣) ق أ = قتا (٩٠° - أ) ، والعكس صحيح، قا الزاوية = قتا المتممة.



نشاط (٤): أ ج هـ مثلث قائم الزاوية في ج، فيه: جتا هـ = $\frac{1}{5}$ ،

فإذا كان أ هـ = ١٠ وحدات، أجد:

(١) قيم النسب المثلثية الأخرى للزاوية هـ .

لإيجاد باقي النسب المثلثية نرسم المثلث أ ج هـ القائم في ج، فيه: ج هـ = ٢ وحدة،

أ هـ = ١٠ وحدات. فيكون

جا هـ = _____

أ ج = _____ ،

قا هـ = _____

ظا هـ = _____ ،

ظتا هـ = _____

قتا هـ = $\frac{5}{24}$ ،



تمارين ومسائل:

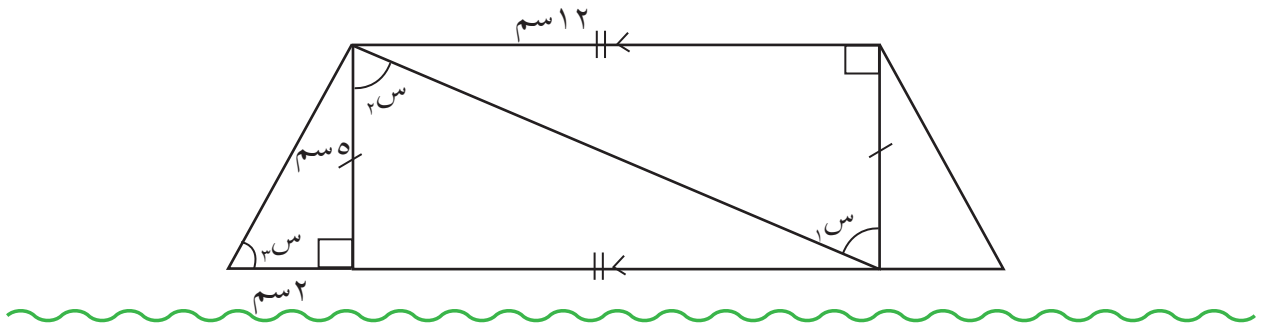
س١ س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص، فيه س ص = ص ع = ٥ سم، أجد كلاً من :

جتا ع، ظا ع، قاع، قتا ع.

س٢ أ ج هـ مثلث قائم الزاوية في ج، جتا (٩٠° - هـ) = $\frac{2}{3}$ ، أ هـ = ٣ وحدات، أجد:

جا هـ ، ظا هـ ، ظتا (٩٠° - هـ)

س٣ أجدُ النسب المثلثية الأساسيّة والثانويّة للزوايا س١ ، س٢ ، س٣ في الشكل الآتي:



مهمة تقويمية (١):

س١: إذا كان جا أ = ٠,٣ ، أجدُ قيمَ النسبِ المثلثية الأخرى للزاوية أ، وقيمَ النسبِ المثلثية للزاوية المتممة لها.

س٢: احسب قيم النسب المثلثية الأخرى للزاوية هـ إذا كان ظا هـ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

س٣: أ ب هـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه جتا هـ = $\frac{4}{5}$ ، أجد قيم النسب المثلثية للزاوية (٩٠° - هـ).

نشاط (١): هدى وشادي طالبان في الصف التاسع في مدرسة الشهيد أبو جهاد الأساسية، كلّفهما معلّم الرياضيات بواجبٍ بيتي، وكان حول كون المعادلة $س^2 - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$ صحيحة لكل قيم المتغير $س$ ، أم صحيحة لبعض قيم المتغير $س$. وفي اليوم التالي تناقش الطالبان حول ذلك.

شادي



استطعت إيجاد قيمة للمتغير $س$ ، لا تتحقّق عندها المعادلة

هدى



هي صحيحة لكل قيم $س$ ، فقد جرّبت ١٠ قيم للمتغير، وحقّقت المعادلة.

أيّهما كانت إجابته صحيحة: هدى أم شادي؟ ولماذا؟

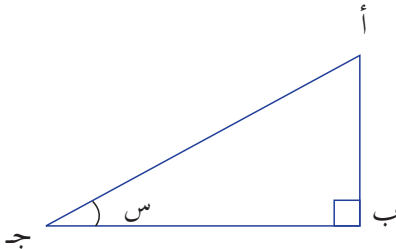
لاحظ أنّ: $س^2 - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$: صحيحة لـ _____

أَتَعَلَّمُ : المتطابقة هي معادلة صحيحة لجميع قيم المتغيرات فيها.

والمتطابقة المثلثية هي متطابقة تحوي نسباً مثلثية. وتكون صحيحة لجميع قيم الزوايا الموجودة فيها.

نشاط (٢): في المثلث المجاور، أجد:

أولاً: العلاقة بين ظاس، جاس، جتاس



$$\frac{\frac{أب}{أج}}{\frac{بج}{أج}} = \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\text{ظاس} = \frac{أب}{\square} =$$

ثانياً: قيمة جا^٢ س + جتا^٢ س

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \sqrt{\left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right)} = \sqrt{\left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right)} = \text{جا}^2 \text{ س}$$

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \sqrt{\left(\frac{\boxed{}}{\boxed{}}\right)} = \sqrt{\left(\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}\right)} = \text{جتا}^2 \text{ س}$$

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}} + \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \text{جتا}^2 \text{ س} + \text{جا}^2 \text{ س}$$

$$1 = \frac{(\text{أ ب})^2 + (\text{ب ج})^2}{(\text{أ ج})^2} \quad \text{(لماذا؟)}$$



: إذا كان س ص ع مثلثاً قائم الزاوية في ص، فإن :

$$1 = \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$2. \text{ جا}^2 \text{ س} + \text{جتا}^2 \text{ س} = 1 \quad \text{(تُسمّى متطابقات مثلثية أساسية)}$$

وهناك كثير من المتطابقات المثلثية التي تُشتق من المتطابقة المثلثية الأساسية السابقة منها:

è بقسمة طرفي المتطابقة المثلثية الأساسية الثانية على : جتا^٢ س ، تنتج متطابقة مثلثية أساسية أخرى :
ظا^٢ س + ١ = قا^٢ س

è بقسمة طرفي المتطابقة نفسها على : جا^٢ س ، نحصل على المتطابقة : ظتا^٢ س + ١ = قتا^٢ س

نشاط (٣): أثبت صحة المتطابقة الآتية:



$$\frac{\text{جا}^2 \text{ هـ}}{(1 - \text{جتا هـ})} = 1 + \text{جتا هـ}$$

$$\frac{\text{جا}^2 \text{ هـ}}{(1 - \text{جتا هـ})} = \frac{1 - \text{جتا}^2 \text{ هـ}}{(1 - \text{جتا هـ})} \quad \text{الطرف الأيمن :}$$

$$= \frac{(\quad)(\quad)}{(1 - \text{جتا هـ})}$$

$$= 1 + \text{جتا هـ} \quad \text{(الطرف الأيسر)}$$

لاحظ: لإثبات صحة متطابقة بدأنا بأحد الأطراف للوصول إلى الطرف الآخر.

نشاط (٤): قام كل من علي وهبة بمحاولة اثبات صحة المتطابقة:
جتا س ظلثا س = قتا س - جاس كالآتي:



(أناقش الحلين)

طريقة هبة

$$\begin{aligned} \text{قتاس} - \text{جاس} &= \frac{1}{\text{جا س}} - \text{جا س} \\ &= \frac{1 - \text{جا}^2 \text{س}}{\text{جا س}} \\ (\text{لكن: } \text{جا}^2 \text{س} + \text{جتا}^2 \text{س} &= 1) \\ &= \frac{\text{جتا}^2 \text{س}}{\text{جا س}} \end{aligned}$$

طريقة علي

$$\begin{aligned} \text{جتا س ظلثا س} &= \text{جتا س} \times \frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}} \\ &= \frac{\text{جتا}^2 \text{س}}{\text{جا س}} \end{aligned}$$

لاحظ: لإثبات صحّة متطابقة تمّ أخذ كل طرف على حدة حتى تساوى الطرفان.

تمارين ومسائل:



س١ أثبت صحّة المتطابقات الآتية:

١ جتا^٢س = (١ + جا س) (١ - جا س)

٢ جتا س + جا س ظلثا س = $\frac{1}{\text{جتا س}}$

٣ قاس قتا س = ظلثا س + ظلثا س

٤ (جاس + جتا س) - ٢ جا س جتا س = ١

س٢ أعط مثالا يبيّن أنّ كلاً ممّا يأتي ليس متطابقةً مثلثية:

أ ١ - جا س = جتا س ب جا س جتا س = $\frac{1}{٢}$ جا س

(١١)

المعادلة المثلثية: هي معادلة تحتوي نسبةً مثلثيةً أو أكثر، تكون صحيحةً لبعض قيم المتغير فيها.



نشاط (٢): أحلّ المعادلات المثلثية الآتية:



أ) $\sqrt{2} \sin \theta = 2 - \sin \theta$ ، حيث: θ زاوية حادة.

$$\sqrt{2} \sin \theta = 2 - \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{2} + 1}$$

$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{2} + 1} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

ومنها: مجموعة حل المعادلة هي $\{45^\circ\}$

ب) $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta = 0$ ، θ زاوية حادة.

$$\sqrt{3} \sin \theta = \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

ومنها: مجموعة حل المعادلة هي $\{30^\circ\}$

ملاحظة: حلّ المعادلة المثلثية: هو إيجاد قياس الزاوية θ التي تجعل المعادلة صحيحة. مجموعة حلّ المعادلة: هي مجموعة القيم التي تجعل المعادلة صحيحة دائماً.

نشاط (٣): أحلّ المعادلات المثلثية الآتية:



١) $2 \sin^2 \theta - 7 \sin \theta + 3 = 0$ ، θ زاوية حادة.

أكمل بإيجاد قيمة/ قيم θ :

أ) $2 \sin^2 \theta - 7 \sin \theta + 3 = 0$ ، θ زاوية حادة

$$(2 \sin \theta - 1)(\sin \theta - 3) = 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \quad \text{أو} \quad \sin \theta = 3$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\sin \theta = 3 \Rightarrow \theta = \text{مرفوضة (لماذا؟)}$$

ومنها: مجموعة حلّ المعادلة هي $\{30^\circ\}$

هل كل معادلة مثلثية تمثل متطابقة مثلثية؟

أفكر وأناقش



تمارين ومسائل:

س١ أحلّ المعادلات المثلثية الآتية حيث س، هـ، أ، زوايا حادة :

أ $(2\text{جا هـ} - 1)(2\text{جتا هـ} - 1) = 0$

ب $2\text{ظا}^2\text{س} - 2\text{ظا س} + 1 = 0$

ج $2\text{جا}^2\text{أ} - 5\text{جا أ} + 2 = 0$

س٢ أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب فيه: قا أ = $\frac{2}{3}$ ، أحلّ المعادلات الآتية:

١ س جا أ - جتا أ = 0

٢ س ظتا أ - ظا أ = 0

مهمة تقويمية (٢):

س١ أثبت صحة المتطابقات المثلثية الآتية:

أ $\text{جتا}^2\text{س} + \text{ظا}^2\text{س جتا س} = 1$ ب $1 + \text{ظتا}^2(90^\circ - \text{هـ}) = \text{قا}^2\text{هـ}$

س٢ أحلّ المعادلات المثلثية الآتية حيث هـ، س زوايا حادة:

أ $2 - \text{جتا هـ} + 3 = 2$ ب $4 \text{جاس} - 1 = 1$

نشاط (١): يعد الحق في توفير التعليم المجاني من الحقوق الأساسية لكل طفل، يلتحق



الأطفال في فلسطين بالصف الأول الأساسي في المدارس الحكومية والوكالة إذا كانت أعمارهم بين ٥ سنوات و ٧ أشهر، و ٦ سنوات و ٧ أشهر، في بداية العام الدراسي*، إضافة إلى الذين أعمارهم ٦ سنوات و ٧ أشهر تماماً.

يمكن لأي طفل في فلسطين عمره ٦ سنوات وشهر في بداية العام الدراسي الالتحاق بالمدارس الفلسطينية الحكومية، أو الوكالة،

لاحظ أن $\frac{1}{12}$ محصور بين العددين

$$\frac{7}{12}, \frac{5}{12}$$

لا يمكن لطفل في فلسطين عمره ٥ سنوات الالتحاق في المدارس الحكومية، أو مدارس الوكالة.

لاحظ أن: $\frac{5}{12} \in \{s : s \geq \frac{5}{12}\}$ ، $\frac{7}{12} > \frac{5}{12}$ ، $\frac{7}{12} \geq \frac{5}{12}$.

هل يمكن للطفل الفلسطيني الذي عمره ٥ سنوات و ١٠ أشهر الالتحاق بالمدرسة؟ ____، لماذا؟ ____.

نشاط (٢):



١. أكمل كتابة المجموعات الآتية:

(أ) المجموعة المكوّنة من العددين الحقيقيّين: ١ ، ٥ ، وجميع الأعداد المحصورة بينهما على خطّ الأعداد = $\{s : s \geq 1, s \leq 5\}$ ، وهي مجموعة الأعداد الحقيقيّة التي تبدأ بالعدد ١ وتنتهي بالعدد ٥.

(ب) المجموعة المكوّنة من العدد ١، وجميع الأعداد المحصورة بين العددين: ١ ، ٥ على خطّ الأعداد = $\{s : s \geq 1, s < 5\}$.

٢. ماذا نسمّي هذه المجموعات؟ _____

* على اعتبار أن العام الدراسي يبدأ في الأول من شهر أيلول.



أَعْلَمُ : ليكن أ ، ب عددين حقيقيين ، بحيث: $أ > ب$ ، فإن مجموعة جميع الأعداد الحقيقية المحصورة بين العددين: أ ، ب على خط الأعداد، تُسمّى فترة ، ويستعمل الرمزان "[" ، "]" للدلالة على انتماء طرفي الفترة أو عدم انتمائهما إليها.

الفترات المحدودة : ليكن أ ، ب عددين حقيقيين ، حيث: $أ > ب$

أنواع الفترات	الفترة بالرموز	الفترة على شكل مجموعة
المغلقة	$[أ ، ب]$	$\{س : س \geq أ ، س \leq ب\}$
نصف المغلقة (نصف المفتوحة)	$[أ ، ب[$ ، $]أ ، ب]$ *	$\{س : س \geq أ ، س < ب\}$ ، $\{س : س > أ ، س \leq ب\}$
نصف المغلقة (نصف المفتوحة)	$]أ ، ب[$ ، $]أ ، ب]**$	$\{س : س > أ ، س < ب\}$ ، $\{س : س \geq أ ، س \leq ب\}$
المفتوحة	$]أ ، ب[$ ، $]أ ، ب]***$	$\{س : س > أ ، س < ب\}$

يمكن التعبير عن الفترات بالكلمات مثلاً:

الفترة الثانية: تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من العدد أ والأقل أو يساوي العدد ب

نشاط (٣): أكمل كتابة الفترات الآتية كمجموعات، وأمثلة على خط الأعداد:



الفترة	الفترة على شكل مجموعة	التمثيل على خط الأعداد
$[٧ ، ٢]$	$\{س : س \geq ٧ ، س \leq ٢\}$	
$]٧ ، ٢]$	$\{س : س > ٧ ، س \leq ٢\}$	
$[_ ، ٢[$	$\{س : س \geq ٥ ، س < \text{—}\}$	
$]٥ ، ٢[$	$\{س : س > \text{—} ، س < ٢\}$	

* نصف مغلقة من اليسار ** نصف مغلقة من اليمين *** يمكن كتابتها أيضاً على الصورة (أ ، ب)

الفترات غير المحدودة

ليكن أ عدداً حقيقياً ، فإن:

الفترة	الفترة على شكل مجموعة
$] \infty , أ]$	$\{س : س \ni ح , س \leq أ\}$
$] \infty , أ [$	$\{س : س \ni ح , س < أ\}$
$أ , -\infty [$	$\{س : س \ni ح , س \geq أ\}$
$أ , -\infty [$	$\{س : س \ni ح , س > أ\}$
$] \infty , -\infty [$	$\{س : س \ni ح\} = ح$

يمكن التعبير عن الفترات بالكلمات مثلاً:

الفترة الأولى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من أو يساوي العدد أ

ملاحظة: الرمز ∞ يدلّ على مالا نهاية في الفترات غير المحدودة.

نشاط (٤) أعبر عن المجموعات الآتية بفترات، وأكمل تمثيلها على خطّ الأعداد:



$$(١) أ = \{س : س \ni ح , س < ٣-\}$$

$$أ = ٣- ,] \infty ,$$



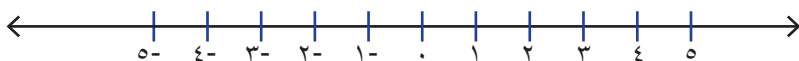
$$(٢) ب = \{س : س \ni ح , س \geq ٢\}$$

$$ب = [٢ , -\infty [$$



$$(٣) ج = \{س : س \ni ح\} .$$

$$ج = [, -\infty [$$



تمارين ومسابقات:



س١ كُتِبَ على قطرةٍ للعين: "صالحة للاستخدام لمدة ٣٠ يوماً من تاريخ فتح العبوة"، أُعْبِرُ عن مدة صلاحيتها عند فتحها بفترة ، وأمثلها على خطّ الأعداد.

س٢ أكتبُ المجموعات الآتية على شكل فترات :

- أ $ل = \{س : س \in ح ، ٢١ \geq س > ٤٠٠\}$.
- ب جميع الأعداد الحقيقية التي بُعْدها عن الصّفر أقلّ من ٥ وحدات.
- ج درجات الحرارة السّالبة.

س٣ أمثلُ الفترات الآتية على خطّ الأعداد :

- أ $[-٤ ، ٢]$
- ب $[-٤ ، ٠) ،]٠ ، \infty]$

المتباينات الخطية بمتغير واحد

(٣ - ٦)



نشاط (١): يُعدُّ فقر الدم (الأنيميا) من المخاطر الصحيّة في المجتمع الفلسطينيّ، وينتج عن نقص بعض المُغذّيات من الفيتامينات، والعناصر المعدنيّة، (ويُعدُّ فقر الدم الناتج عن نقص الحديد هو الأكثر انتشاراً، يُعدُّ الذكّر البالغ مصاباً بفقر الدم إذا كان معدّل الهيموغلوبين في الدم أقلّ من ١٣ غم/ديسلتر*، وللأنثى البالغة أقلّ من ١٢ غم/ديسلتر، وللطفّل والمرأة الحامل أقلّ من ١١ غم/ديسلتر؛ وذلك حسب بروتوكول وزارة الصّحة الفلسطينيّة، الذي يعتمد ما تُقرّه منظّمة الصّحة العالميّة. فإذا رمزنا لنسبة الهيموغلوبين في الدم للذكّر البالغ المصاب بفقر الدم بالرمز س، فيمكن التعبير عنها بـ:

س > ١٣، وتُسمّى متباينة. أكمل:

هل يُعدُّ الذكّر البالغ الذي نسبة الهيموغلوبين عنده ٩ مصاباً بفقر الدم؟ _____

هل يمكن أن تكون س = ١٤؟ _____

المتباينة الخطية بمتغير واحد: هي عبارة رياضيّة بمتغير واحد، وتحتوي إحدى الإشارات $>$ ، $<$ ، $\leq$ ، $\geq$ ، وتُكتب بإحدى الصّور الآتية :

أ س + ب > ٠، أ س + ب < ٠، أ س + ب $\geq$ ٠، أ س + ب $\leq$ ٠.

حيث أ، ب أعداد حقيقيّة، أ $\neq$ صفر.

١٠

نشاط (٢): أكوّن متباينة تُعبّر عن كلّ من الجمل الآتية:



١ الحد الأدنى لقيمة المشتريات في محلّ تجاريّ؛ للحصول على خصم هو ١٠٠ دينار.

فإذا رمزنا لقيمة المشتريات للحاصلين على خصم بالرمز س، يمكن التعبير عن المسألة بالمتباينة: س $\leq$ ١٠٠

٦٠	
٣٥	؟

٢ الحد الأعلى لزمن التشغيل المتواصل لخلّاط منزليّ ٦٠ ثانية، شغلّه أمّ عبد الله ٣٥ ثانية وما زال يعمل. أرمز للزمن الإضافي المُمكن للتشغيل م

فإنّ المتباينة: ٣٥ + _____ $\geq$ _____.

* ١٠ ديسلتر = لتر

نشاط (٣): أجد ناتج ما يأتي، وأقارن :



٣ ، ٨ عددان حقيقيّان ، $8 - 3 = \text{—}$ ، وهو عدداً موجباً ومنها $3 < 8$.
٢- ، ٦ عددان حقيقيّان ، $2 - 6 = \text{—}$ ، وهو عدد — ومنها $2 - 6$.

ماذا تلاحظ؟

يكون العدد الحقيقي أكبر من العدد الحقيقي ب؛ أي: $a < b$ ، إذا كان $a - b$ عدداً موجباً، وبالرموز $a - b < 0$.



نشاط (٤): أضع إشارة $<$ أو $>$ أو $=$ في الفراغات الآتية :



$$12 > 5$$

$$2- + 12 \text{ — } 2- + 5 \quad , \quad 3 + 12 \text{ — } 3 + 5$$

$$4- < 1-$$

$$2- + 4- \text{ — } 2- + 1- \quad , \quad 2 + 4- \text{ — } 2 + 1-$$

ماذا تلاحظ؟ —————

أتعلم : إذا كانت a ، b ، c أعداداً حقيقية ، و كان $a > b$ ، فإن :
 $a + c > b + c$.



نشاط (٥): أكمل إيجاد ما يأتي، وأضع إشارة $<$ أو $>$ أو $=$ في الفراغ :



$$12 > 5$$

$$2- \times 12 \text{ — } 2- \times 5 \quad , \quad 3 \times 12 > 3 \times 5$$

$$4- < 1-$$

$$2- \times 4- \text{ — } 2- \times 1- \quad , \quad 2 \times 4- \text{ — } 2 \times 1-$$

$$24 < 36$$

$$2- \div 24 \text{ — } 2- \div 36 \quad , \quad 2 \div 24 \text{ — } 2 \div 36$$

ماذا تلاحظ ؟ —————



أَتَعَلَّمُ : إذا كانت أ ، ب ، ج أعداداً حقيقية ، فإنه :

إذا كان $أ > ب$ ، وكان ج عدداً موجباً ، فإنّ: $أ ج > ب ج$ و $\frac{أ}{ج} > \frac{ب}{ج}$.

وإذا كان $أ > ب$ ، وكان ج عدداً سالباً ، فإنّ: $أ ج < ب ج$ و $\frac{أ}{ج} < \frac{ب}{ج}$.

العبارات أعلاه صحيحة إذا كانت الإشارة $\geq$.

حلّ المتباينة: هو إيجاد قيمة، أو قيم المتغير التي تجعل المتباينة صحيحة عند تعويض تلك القيم فيها.

ملاحظة: مجموعة قيم المتغير تُسمى مجموعة حلّ المتباينة.

مثال (١): أجد مجموعة حلّ المتباينة: $٢ - س \leq ٢٠$ في ح ، وأمثل مجموعة الحلّ على خطّ الأعداد.

الحل: $٢ - س \leq ٢٠$

باستخدام خاصية الجمع للمتباينة: $٢ - س + ٢٠ \leq ٢ + ٢٠$

$٢٢ \leq س$

وبالقسمة على ٢ ينتج: $س \leq ١١$ ← مجموعة الحل = $[١١ ، \infty]$ ،

وتمثل على خطّ الأعداد:



نشاط (٧): كلّفت المعلّمة كلّاً من إشراق وندى حلّ المتباينة: $٣ + س٢ > ٩ + س٤$ في ح .



طريقة ندى

$$٩ + س٤ > ٣ + س٢$$

$$س٢ - ٩ + س٤ > س٢ - ٣ + س٢$$

$$٩ + س٢ > ٣$$

$$٩ - ٩ + س٢ > ٩ - ٣$$

$$٦ - س٢ > ٠$$

$$٣ - س > ٠$$

طريقة إشراق

$$٩ + س٤ > ٣ + س٢$$

$$٣ - ٩ + س٤ > ٣ - ٣ + س٢$$

$$٦ + س٤ > س٢$$

$$س٢ - ٤ - ٦ + س٤ > س٢ - ٤ - ٦ + س٤$$

$$٦ > س٢ - ٤$$

$$٣ < س$$

أناقش الحلّين:

مثال (٢):

أوجد مجموعة حل المتباينة: $س - ١ > ٤س + ٢ \geq ٦$ ، ثم أمثل مجموعة حلها على خط الأعداد.

الحل:

لحل المتباينة: $س - ١ > ٤س + ٢ \geq ٦$ نجد تقاطع مجموعتي حل المتباينتين:

$$س - ١ > ٤س + ٢ \quad \text{و} \quad ٤س + ٢ \geq ٦$$

أولاً: المتباينة $س - ١ > ٤س + ٢$

$$س - ٣ > ٤س \quad (\text{بطرح } ٢ \text{ من طرفي المتباينة}).$$

$$٣ > ٣س \quad (\text{بطرح } س \text{ من طرفي المتباينة}).$$

$$١ > س \quad (\text{بقسمة طرفي المتباينة على } ٣).$$

إذن: مجموعة الحل $س \in]-\infty, ١[$

ثانياً: المتباينة $٤س + ٢ \geq ٦$

$$٤س \geq ٤ \quad (\text{بطرح } ٢ \text{ من طرفي المتباينة}).$$

$$س \geq ١ \quad (\text{بقسمة طرفي المتباينة على } ٤).$$

إذن مجموعة الحل $س \in [١, \infty[$

مجموعة حل المتباينة: $س - ١ > ٤س + ٢ \geq ٦$ هي:

$$]١, \infty[\cap [١, \infty[= [١, \infty[$$

ألاحظ التمثيل على خط الأعداد:



وبالتالي، فإن تمثيل مجموعة الحل هو تقاطع الفترتين



تمارين ومسائل:



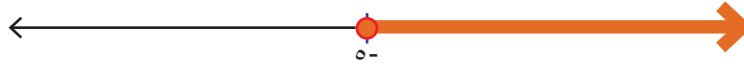
س١ أحل المتباينات الآتية، وأمثلة مجموعة حلها على خط الأعداد:

أ) $s + 3 \geq 4$

ب) $s - 7 \geq 6$

ج) $7 \geq s - 3 \geq 12$

س٢ أكتب متباينة خطية يكون حلها ممثلًا بالشكل:



ب) أكتب متباينة تمثل العبارة: «طرح العدد ٧٠ من عدد ما، وكانت النتيجة ٥ على الأقل» .

مهمة تقويمية (٣):

س١ عبّر عن المجموعات الآتية باستخدام رمز الفترة:

* ف١ = {s: s ≥ ٤، ح، s > ٣}

* ف٢ = {s: s ≥ ٢، ح، s > ٢}

س٢ مثل الفترات الآتية على خط الأعداد:

[٢، ١-] (٥، ٠)

س٣ أجد مجموعة حل المتباينات الآتية، وأمثلة منطقة الحل على خط الأعداد:

* $s - 1 > 3$

* $s^3 - 3 \geq ٥$



نشاط (١) ضمن آليات تنظيم الأسواق في فلسطين، أقرت وزارة الاقتصاد الوطني، ضمن المادة ١٧ من قانون حماية المستهلك قراراً بإشهار الأسعار على السلع، ويلزم هذا القرار التجار والبائعين وضع الأسعار على السلع. تحدد الأسعار في الأسواق الفلسطينية في بعض الحالات الاستثنائية؛ حيث يتم وضع تسعيرة استرشادية لمجموعة من السلع من قبل دائرة حماية المستهلك في المحافظات، فإذا أصدرت استمارة شهر رمضان بأسعار مجموعة من السلع الغذائية الأساسية في إحدى المحافظات، ومنها:

النوع	دجاج مذبوح	جبنة بلدية
السعر (كغم)	٤ دنانير	٥ دنانير

فإذا رصدت سميرة ٣٠ ديناراً لشراء دجاج، وجبنة بلدية، فوجدت أن كيلوغرام الدجاج يُباع في أحد المحال التجارية بأربعة دنانير، ويُباع كيلوغرام الجبنة بخمسة دنانير، فإذا رمزنا لكتلة الدجاج س كغم، وكتلة الجبنة ص كغم. أُعبر عن المسألة بمتباينة:

$$4س + 5ص \geq 30$$

لاحظ أن: $س \geq 0$ و $ص \geq 0$.

هل تستطيع سميرة شراء ٤ كيلوغرام دجاج، و ٣ كيلوغرام جبنة؟ _____

إذا التزم التاجر بالأسعار الاسترشادية التي حدتها دائرة حماية المستهلك في المحافظة، هل سيكون باستطاعتها شراء ٤ كيلوغرام دجاج و ٣ كيلوغرام جبنة؟ _____



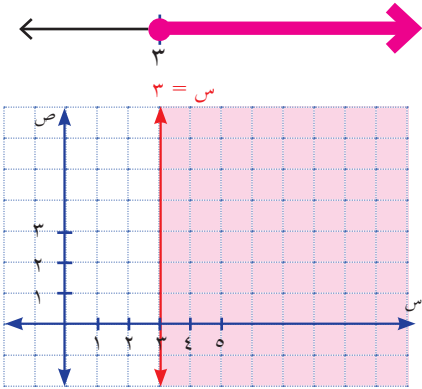
المتباينة الخطيية بمتغيرين: هي عبارة رياضية فيها متغيران، وإحدى الإشارات $>$ ، $\geq$ ، $<$ ، $\leq$ ، وتكتب بإحدى الصور الآتية :

أ س + ب ص + ج $>$ ، أ س + ب ص + ج $\geq$ ،
أ س + ب ص + ج $<$ ، أ س + ب ص + ج $\leq$ ،
حيث: أ ، ب ، ج أعداد حقيقية وأ ، ب $\neq$ صفراً.

مثال (١):

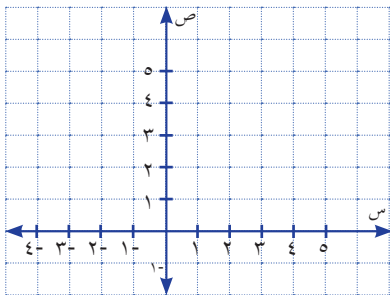
أكتب مجموعة حل المتباينة: $س \leq ٣$ ، وأمثلها على خط الأعداد ، ثم أمثلها في المستوى الديكارتي .

الحل:



ولتمثيل مجموعة حل المتباينة: $س \leq ٣$ في المستوى الديكارتي، نرسم الخط المستقيم $س = ٣$ الذي يقسم المستوى إلى منطقتين، إحداهما تمثل مجموعة الحل، نطلّل منطقة حل المتباينة $س \leq ٣$ كما في الشكل. لاحظ أن الإحداثي السيني للنقاط الواقعة ضمن منطقة الحل يُحقّق $س \leq ٣$ ، أمثل موقع النقطة (٥ ، ١) .

نشاط (٢): أمثل مجموعة حل المتباينة: $٢س - ٣ص \geq ٦$ في المستوى الديكارتي.



أرسم الخط المستقيم $٢س - ٣ص = ٦$

لتحديد منطقة الحل، أعوض إحداثيات نقطة لا تقع على الخط المستقيم المرسوم في المتباينة، ولتكن (١ ، ٠) :

$$٢ \times ١ - ٣ \times ٠ = ٢ \leq ٦ . \text{ ماذا تلاحظ؟} —$$

أطلّل المنطقة التي تمثل مجموعة الحل على الرسم.

أكتب زوجاً مرتباً ينتمي إلى مجموعة الحل: _____

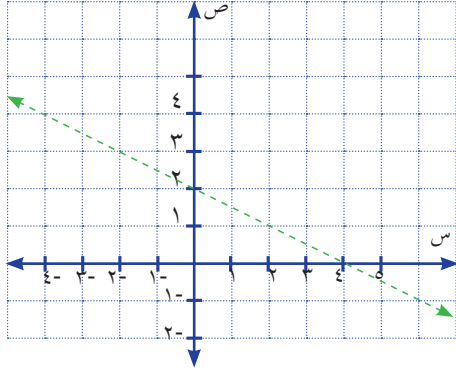
أكتب زوجاً مرتباً لا ينتمي إلى مجموعة الحل: _____

نظام المتباينات : هو أي مجموعة من المتباينات.

والمنطقة التي تمثل حلّ النظام هي المنطقة التي تُحقّق جميع المتباينات فيه.



نشاط (٣): أحدد المنطقة التي تمثل حل النظام الآتي في المستوى الديكارتي:



$$س + ٢ص > ٤$$

$$س \leq ١$$

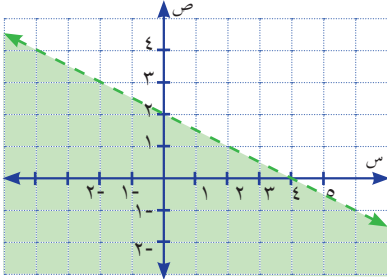
$$ص \leq ١$$

أُمثّل مجموعة حلّ المتباينة: $س + ٢ص > ٤$:

أرسم الخطّ المستقيم: $س + ٢ص = ٤$ ، لاحظ أنّ الخطّ متقطع.

أحدّد منطقة حلّ المتباينة: $س + ٢ص > ٤$ باختيار زوجٍ مرتّبٍ، مثل: (١ ، ٠) والتعويض فيها:

$$١ + ٠ = ١ > ٤$$



أي أنّ: النقطة (١ ، ٠) ضمن منطقة الحلّ .

أظلل منطقة حلّ المتباينة: $س + ٢ص > ٤$ باللون الأخضر.

(١) أمثّل مجموعة حل المتباينة $س \leq ١$:

أرسم الخطّ المستقيم $س = ١$

ثمّ أحدد منطقة حل المتباينة $س \leq ١$ ، باختيار زوجٍ مرتّبٍ مثل: (٠ ، ١) ، والتعويض فيها.

أظلل منطقة حل المتباينة $س \leq ١$ بلونٍ آخر.

(٢) أمثّل مجموعة حل المتباينة $ص \leq ١$:

أرسم الخطّ المستقيم

أحدّد منطقة حل المتباينة: $ص \leq ١$

أظلل منطقة حل المتباينة ————— بلونٍ مختلفٍ عن اللونين السابقين.

وبهذا تكون المنطقة الواقعة ضمن مجموعة حلّ كلّ متباينةٍ في النظام، هي التي تمثّل مجموعة

حل النظام.

تمارين ومسائل:



س١ أمثلُ بيانياً مجموعة حلّ كلِّ متباينة من المتباينات الآتية :

١ ص $-2 \leq$

٢ ص $3 - 2 > 6$

٣ ص $2,5 > 4$

س٢ أجدُ بالرسم في المستوى الديكارتي المنطقة التي تمثّل حلّ نظام المتباينات الآتية:

١

ص $-2 \leq$

ص $3 - 3 \geq$

ص $2 + 4 \geq 4$

نشاط (١): تستخدم البنوك خدمة الصراف الآلي على نطاق واسع وذلك للتسهيل على المواطن في التعاملات البنكية.



يحتوى الصراف الآلي صناديق من فئة العملات المتداولة، دينار ، دولار، ... ، فإذا كانت س = ١٠ نستطيع التعبير عن الحركات الآتية من الصراف الآلي: ١٠، ٨٠، ١٠٠، ٣٠٠، بالمقادير الجبرية:

س ، ٨ س ، س^٢ ، س^٣ ، على التوالي

أمثل مجموع حركات الصراف الآلي بالرموز: _____ .

الاقتران كثير الحدود* على ح: هو اقتران معرف على ح، ويتكوّن من حدّ، أو مجموع حدود جبرية عدّة، وتكون فيه أسس المتغيّر أعداداً صحيحة غير سالبة. ونعبّر عن كثير الحدود بـ:

$$ق(س) = أ_٠ س^٠ + أ_١ س^١ + أ_٢ س^٢ + + أ_{٢-١} س^{٢-١} + أ_{٢-٠} س^{٢-٠} + أ_٢ س^٢ + أ_١ س^١ + أ_٠ س^٠$$

حيث: أ_٠، أ_١، أ_٢، ... أ_{٢-١} أعداد حقيقية، وتُسمّى معاملات كثير الحدود ق(س)، ن عدداً صحيحاً غير سالب.

تعريف

ملاحظة: درجة كثير الحدود هي أكبر أس للمتغيّر فيه.

* يمكن تعريف كثير الحدود على أي مجموعة جزئية من ح.

نشاط (٢): أكمل:



- (١) ق(س) = $٢س - ١٥س + ٩$: اقتران كثير حدود من الدرجة الخامسة؛ لأنّ: الأسس صحيحة غير سالبة، وأكبر أس فيه هو ٥ .
- (٢) ق(س) = $٦س - ٣س$: ليس اقتراناً كثير حدود؛ لأنّ الأس $\frac{١}{٣}$ عدد غير صحيح .
- (٣) ق(س) = $س - س - \frac{٢}{٥}س + ٧س + ٢س + ٤س - ٩$: _____ .
- (٤) ق(س) = ٣ : اقتران ثابت، وهو كثير حدود من الدرجة الصفرية؛ لأنّه يمكن كتابته على صورة: ق(س) = $٣س^٠$.
- (٥) ق(س) = $\pi س^٢ - س + \frac{٣}{٤}$: _____ .
- (٦) ق(س) = $٤س + ١$: _____ .
- (٧) ق(س) = $٣س^٢ + ٥س - ٤$: _____ .

يتساوى كثيرا الحدود، إذا كان لهما الدرجة نفسهما، وكانت معاملات قوى س المتناظرة متساوية.



نشاط (٣): إذا كان: ق(س) = $٣س^٢ + ب س + ج$ ، هـ(س) = $٣س + ٣ + \sqrt{٣}$ ، وكان ق(س) = هـ(س) ، أكمل إيجاد:



$٣ = أ$ ، $ب =$ _____ ، $ج =$ _____

نشاط (٤): ليكن: ق(س) = $٢س + ٤$



- هل ق(س) كثير حدود؟ _____
 - إذا كان ق(س) = صفر فإنّ: $٢س + ٤ = ٠$
 - $٢س =$ _____
 - $س =$ $٢ -$
- نُسمّي العدد (٢-) صفراً للاقتران ق؛ لأنّ: ق(٢-) = صفر ، أتحرّق من ذلك.

أَتَعَلَّمُ : إذا كان ق(س) اقتراناً، وكان ق(م) = صفراً، فإنّ العدد م يُسمّى صفراً للاقتران ق(س).

هل ق(س) = س + $\frac{5}{-س}$ كثير حدود؟ ولماذا؟

أفكر وأناقش

تمارين ومسائل:



س١ أبين أيّ الاقترانات الآتية تمثّل كثير حدود، ثمّ أكتب درجة كثير الحدود فيها:

أ. ق(س) = $٢س - ٥س + ١$

ب. ق(س) = $٢س - ٥س + ٧ - ٣س + ٢س$

ج. ق(س) = $٥س + \frac{٢}{٥}$

س٣ أجد أصفار الاقترانات الآتية:

أ. ق(س) = $٧ - ٣س$

ب. ق(س) = $١٤ - ٥س + ٢س$

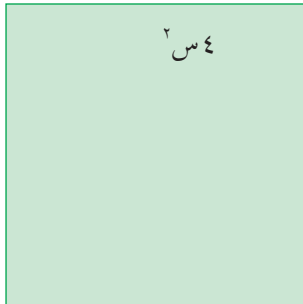
ج. ق(س) = $٤ - ٢س$

جمع كثيرات الحدود وطرحها

(٣ - ٩)



نشاط (١): تنتشر لعبة كرة الطائرة في فلسطين، ومن أجل تطوير اللعبة يعمد الاتحاد الفلسطيني إلى توفير قاعاتٍ لأندية الدرجة الممتازة، طُلب إلى مهندسٍ عملُ تخطيطٍ داخل القاعة، لغرفٍ ملابس اللاعبين؛ ويمكن تمثيلها بالأشكال الآتية، فرسم المهندس غرفتين، مساحةُ إحدهما أربعة أضعاف مساحة الأخرى.



مجموع مساحتيهما: _____

الفرق بين مساحتيهما: _____

مجموع محيطيهما: _____



أَتَعَلَّمُ : إذا كان $Q(s) = s^0 + s^1 + s^2 + \dots + s^{n-1} + s^n$ فإن $JQ(s) = s^0 + s^1 + s^2 + \dots + s^{n-1} + s^n + s^{n+1}$.

أولاً: جمع كثيرات الحدود:

ليكن: $Q(s)$ ، $H(s)$ كثيري حدود، فإن: $(Q + H)(s)$ كثير حدود، بحيث:

$$(Q + H)(s) = Q(s) + H(s)$$

ق. هـ



نشاط (٢): ليكن $Q(s) = 3s^2 + 5s - 1$ ، $H(s) = 2s^2 - 2s$ ،

أكمل إيجاد:

$$(Q + H)(s) = Q(s) + H(s) = (3s^2 + 5s - 1) + (2s^2 - 2s)$$

$$= (3s^2 + 2s^2) + (5s - 2s) - 1$$

$$= 5s^2 + 3s - 1$$

لاحظ أن: $(Q + H)(s)$ هو اقتران كثير حدود من الدرجة _____ .

أَتَعَلَّمُ : ناتج جمع كثيري حدود هو كثير حدود، درجته أقل، أو تساوي أعلى درجتي الاقترانين.

ثانياً: طرح كثيرات الحدود:

ليكن: ق(س)، هـ(س) كثيري حدود، فإن: (ق - هـ)(س) كثير حدود، بحيث:

$$(ق - هـ)(س) = ق(س) - هـ(س)$$

ق(س) - هـ(س)

نشاط (٣) إذا كان ق(س) = $٧س^٢ + ٥س - ١$ ، هـ(س) = $٢س^٢ - ٢س + ٧$ ، أكمل إيجاد:



$$(ق - هـ)(س) = ق(س) - هـ(س) = (٧س^٢ + ٥س - ١) - (٢س^٢ - ٢س + ٧)$$

$$= (٧س^٢ - ٢س^٢) + (٥س - (-٢س)) + (-١ - ٧)$$

$$= ٥س^٢ + ٧س - ٨$$

لاحظ أن: (ق - هـ)(س) هو اقتران كثير حدود من الدرجة ——— .

$$(٣) \quad ٣ق(س) = () \times ٣$$

$$= ٢١س^٢ + ——— - ———$$

ما درجة ناتج طرح كثيري حدود؟

أفكر وأناقش

تمارين ومسائل:



س١ إذا كان: ق(س) = $٦س^٢ + ٥س - ١$ ، ه(س) = $٣س^٢ + س + ٤$

ك(س) = $٢س^٢ - ٤$ ، اقترانات كثيرة الحدود، أجد ما يأتي :

أ (ق + ه)(س) ب (ه - ك)(س)

ج (ق + ك)(١-) د ه(س) - ٤ق(س)

س٢ ليكن :

◀ ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة

◀ ه(س) كثير حدود من الدرجة الرابعة

◀ ك(س) كثير حدود من الدرجة الخامسة

فما درجة كلٍّ ممّا يأتي؟

أ (ق + ه)(س) ب (ق - ك)(س) ج (ق + ه + ك)(س)

مهمة تقويمية (٤):

س١ أجدُ بالرسم في المستوى الديكارتي المنطقة التي تمثّل حلّ نظام المتباينات الآتية:

$$ص > ١ ، س \leq ١$$

س٢ إذا كان الاقترانان: ق(س) = $(١ - أ)س^٣ + ٢س^٢ + (ج + ١)$

ك(س) = $(٢ + ج)س^٣ + أ + ٢س^٢ + ه - ٢$ متساويين، أحسب قيمة أ، ج، ه.

س٣ إذا كان ق(س) = $٦س^٢ + ٥س$ ، ه(س) = $٣س^٢ + س + ٤$ ، ك(س) = $٢س^٢ + ٦$ اقترانات كثيرة

حدود، فأوجد ما يأتي، وحدد درجة الناتج:

أ) ه(س) - ٤ ك(س) ب) (ق + ك)(س)

س١ أضع دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١ ما قيمة المقدار $\frac{\sin 30^\circ}{\cos 60^\circ}$ ؟

أ) $\frac{1}{2}$ س ب) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ س ج) $\frac{1}{2}$ س د) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ س

٢ إذا كانت $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ، وكان جاس = جتا (س + 90°)، فما قياس الزاوية θ ؟

أ) 30° ب) 35° ج) 50° د) 20°

٣ ما قيمة $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ$ ؟

أ) صفر ب) ١ ج) $\frac{1}{2}$ د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

٤ ما قيمة المقدار المكافئ لـ: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ ؟

أ) $\sin \theta$ س ب) $\cos \theta$ س ج) $\sin^2 \theta$ س د) $\cos^2 \theta$ س

٥ ما الفترة التي تمثل المجموعة: $\{x : x \geq 4\}$ ؟

أ) $[-4, \infty)$ ب) $[-2, 2]$ ج) $[-\infty, 2]$ د) $[0, 2]$

٦ إذا كانت $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ، فما قيمة $\cos \theta$ ؟

أ) $\frac{1}{2}$ ب) ٥ ج) صفر د) ١٢

٧ أيّ الاقترانات الآتية يُعدُّ اقتراناً كثير حدود:

أ) $\sin x + \frac{1}{x}$ ب) $\frac{3}{x} - 8$ ج) $\frac{1}{x} + 1$ د) $2x^3 + 7$

س٢ أثبت صحة المتطابقات المثلثية الآتية:

أ) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$

ب) $\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$

س٣ أحل المعادلة المثلثية الآتية:

أ) $2 \sin^2 \theta - \sin \theta - 1 = 0$ ، حيث θ زاوية حادة

س٤ أمثل مجموعة حل النظام الآتي في المستوى الديكارتي:

$$x > 1$$

$$y \geq 3.5$$

$$y - x \leq 2$$

س٥ إذا كانت $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ، $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ، أجد:

أ) $\sin 2\theta$ ب) $\cos 2\theta$ ج) $\tan 2\theta$ د) $\cot 2\theta$

س١ ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي:

(١) أحد الاقترانات الآتية كثيرة حدود:

(أ) $ق(س) = س^٢ + ٥$ (ب) $ق(س) = س^٢ + ٤س$ (ج) $ق(س) = س + \sqrt{س}$ (د) $ق(س) = \frac{١}{س^٢}$

(٢) أصغر عدد صحيح يحقق المتباينة $١ < ٣ - ٢س$ هو:

(أ) صفر (ب) -١ (ج) ١ (د) ٢

(٣) إذا كانت المجموعة: $س = \{أ : أ \exists ح، ٣ \geq س > ٤\}$ فما صورة تلك المجموعة على شكل فترة؟

(أ) $[٤، ٣[$ (ب) $(٣، ٤]$ (ج) $[٤، ٣]$ (د) $(٣، ٤]$

(٤) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ب ج ما قيمة $\sqrt{٢}جا + ٢ظا$ ؟

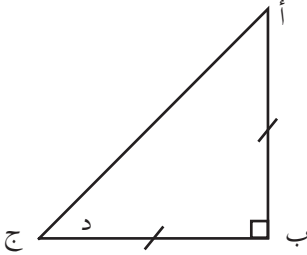
(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) $٢ + \sqrt{٢}$ (د) ٤

(٥) إذا كانت ج زاوية حادة، بحيث إن: $ظا ج = \frac{٣}{٤}$ ، ما قيمة قا ج؟

(أ) $\frac{٥}{٢}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (ج) $\frac{٥}{٤}$ (د) $\frac{٥}{١}$

(٦) ما قيمة المقدار $\frac{٣٠ قتا - ٦ ظتا}{١ - \sqrt{٣}}$ ؟

(أ) صفر (ب) $\sqrt{٣} - ١$ (ج) $\frac{١}{١ - \sqrt{٣}}$ (د) $\frac{١}{٢}$



(د) ١

س٢: إذا كان الاقترانان $ق(س) = س^٢ + س + ١$ ، $ه(س) = (س^٢ + أ) + (س - ١) + ب س + ج$ وكان $ق(س) = ه(س)$ احسب: أ، ب، ج.

س٤: أثبت صحة المتطابقة: $ق٢س + ق٢سا = \frac{١}{جا٢س + جتا٢س}$

س٥: حل نظام المتباينات الخطية الآتي بياناً

$ص \leq ٢ + س$

$ص + ٣ \geq ١ - س$

س٦: أجد صفر الاقتران الآتي:

ق(س) = $س^٢ + ٥س - ١٤$