



الرياضيات

الفترة الرابعة

جميع حقوق الطبع محفوظة ©

دولة فلسطين



مركزالمناهج

حي الماصيون، شارع المعاهد \sim 19 م. ب \sim 719 م الله – فلسطين \sim pcdc.mohe@gmail.com \sim pcdc.edu.ps

المحتويات

			دروس الوحدة الرابعة
١٩	٤ - ٦ استقلال الحوادث	٣	٤ - ١ ضربُ كثيراتِ الحدودِ وقسمتُها
۲۳	٤ – ٧ الدائرة	٧	٤ – ٢ الاقتران التربيعيّ
77	٤ – ٨ الزّوايا المركزيّة والزّوايا المحيطيّة	١.	٤ - ٣ الاقتران النسبي
٣١	٤ – ٩ الشكل الرّباعيّ الدائريّ	17	٤ - ٤ قوانين الاحتمالات
40	٤ – ١٠ ورقة عمل	١٦	٤ - ٥ الاحتمال المشروط
٣٧	٤-١١ الاختبار		

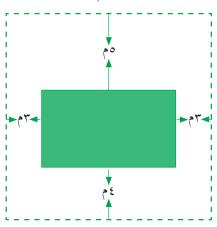
يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة المتمازجة والتفاعل مع أنشطتها، أن يكونوا قادرين على توظيف الاقترانات كثيرات الحدود والاحتمالات والهندسة في الحياة العملية من خلال الآتي:

- 🚺 ضرب كثيرات الحدود وقسمتها.
- 🕜 التعرّف إلى الاقتران التربيعي، وتمثيله بيانيّاً.
 - 👕 التعرّف إلى الاقتران النسبي.
 - إيجاد احتمال اتّحاد حادثين.
 - و إيجاد احتمال تقاطع حادثيْن.
 - م إيجاد احتمال الحادث المشروط.
 - 🚺 التعرف إلى الحوادث المستقلّة.
 - ∧ التعرّف إلى معادلة الدائرة.
 - 🕙 إيجاد معادلة الدائرة.
- 🕠 التعرّف إلى الزّوايا المحيطيّة، والزوايا المركزيّة.
- 🕦 استنتاج العلاقةِ بين الزاويتين المركزيّة والمحيطيّة المشتركة في القوس نفسه.
 - 🕥 استنتاج العلاقةِ بين الزاويتين المحيطيّتين المشتركتيْن في القوس نفسه.
 - 😈 أن يتعرف على مماس الدائرة.
 - 😘 التعرف إلى الشكل الرباعيّ الدائريّ.

ضرب كثيراتِ الحدودِ وقسمتُها



نشاط (١): تُصدرُ إحدى البلديّات تراخيصَ البناء للمواطنين؛ لغرض تنظيم البناء، وضبطه



في المدن والقرى الفلسطينية. يمتلك سميرٌ قطعة أرضٍ مربعة الشكل، ويريد بناءَ بيتٍ عليها، بحيث يترك مساحاتٍ حول البيت (ارتدادات)، يمكن تمثيلها بالشكل المجاور، إفترض طولُ قطعة الأرض س متر.

طول البيت: (س - ٦) عرض البيت: (س - ---) مِساحة البيت:

أولاً: ضرب كثيرات الحدود:

يغريف

ليكن ق(س)، هـ(س) كثيري حدود، فإنّ: (ق × هـ)(س) كثير حدود، ويكون: (ق × هـ)(س) = ق(س) × هـ(س)



نشاط (۲): إذا كان ق(س) = س' + ۳، هـ(س) = ٤ س + ۲، أكمل إيجاد:

أُفَكِّر وأُناقش

ما درجة حاصل ضرب كثيري حدود؟

ثانياً: قسمة كثيرات الحدود:



نشاط(۳): أكمل إيجاد ناتج قسمة ما يأتي:

$$\cdot \neq \omega \quad \cdot \quad \longrightarrow = \frac{^{r}\omega}{^{r}\omega} \quad (\Upsilon$$

$$\cdot \neq \omega \quad \cdot \quad \underline{\qquad} = \frac{(1-\omega)^{\omega}}{\omega} = \frac{\omega^{-1}\omega}{\omega} \quad (7)$$

$$\cdot \neq \omega \quad \cdot \quad --- = \frac{^{7}\omega^{\xi}}{^{7}\omega} \quad (\xi$$

ليكن ق(س)، هـ(س) كثيري حدود، فإنّ:

 $(\ddot{b} \div a)(m) = \ddot{b}(m) \div a(m)$ ، ه(س) $(\ddot{b} \div a)$

مثال:

إذا كان ق $(m) = 7m + m^7 + 71$ ، هـ(m) = m + 7 ، أجدُ: ق $(m) \div$ هـ(m). يمكن إيجادُ ناتج قسمة كثيري حدود باستخدام القسمة الطويلة، إذا كانت درجةُ المقسوم أعلى، أو تساوي درجة المقسوم عليه، باتّباع الخطوات الآتية:

الحل:

١- نرتـب حـدود الاقترانيـن ق(س)، هـ(س) تنازليّـاً حسب قوی س.

٢- نقسم الحدّ الأوّل في المقسوم على الحد الأوّل في المقسوم عليه، ونضعه حدّاً أوّل في ناتج القسمة؛ أي أنّ: سّ على س يساوي س` .

٣- نضرب (س٢) الذي حصلنا عليه في خطوة ٢ في كلِّ حدً من حدود المقسوم عليه، ونطرح.

٤- نكرّ الخطوتين ٢، ٣ حتى نحصل على باق، درجته أقل من درجة المقسوم عليه.

١.-.

 -10^{1} ناتج قسمة ق(m) على هـ(m) يساوي -10^{1} -10^{1} والباقى

أَفْكِّر وأُناقش * ما درجة ناتج قسمة أيّ كثيري حدود؟ 🖈 كيف نتحقّقُ من صحّة حل المثال السابق؟



نشاط(٤): أكمل إيجاد ناتج قسمة: (٣س + س - ٤) ÷ (س + ٢).

ناتج قسمة (٣٣سا + س ٩ - ٤) على (س + ٢) يساوي ______، والباقي ____

لاحظ أنّ:

$$m_1' + m_2' - \xi = (m + 7) \times ($$
 $m_2' + m_3' - \xi = (m + 7) \times (m + 7)$
 $m_1' + m_2' - \xi = m_1' + m_2' + m_3' + m_$

إذا كان باقي قسمة اقتران كثير حدود على اقترانٍ كثير حدود آخر يساوي صفراً، } فإنّ المقسوم عليه عاملٌ من عواملِ المقسوم.

تمارين ومسائل:

- الجد: الخان ق $(m) = m^7 - 6$ من هـ(m) = 7 + m ، ك $(m) = m^7 + 7$ من الجد:

 $(\ddot{b} \times \&)(w)$ $(\ddot{b} \times \&)(w)$

 $(m) = 7m^7 + 7m + 7$ هـ $(m) = 7m^7 + 1$

سس أكتب درجة ناتج حاصل ضرب ق(س) في هـ(س) فيما يأتي، دون إجراء عمليّة الضرب:

 $(m) = m^{7} + m^{7} - 3$

🚺 ق(س) = س' – ۳،

سع أكتب درجة ناتج قسمة ق(س) على هـ(س) فيما يأتي، دون إجراء عمليّة القسمة:

 $\mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0}$ هـ(س) $\mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0} = \mathbf{0}$

س - ٢ عامل من عوامل س - ٨ عامل من عوامل س - ٨ م

الاقتران التربيعي



نشاط(١): كثيرٌ من حركة الأشياء في الطبيعة تحصل بطريقةٍ منظّمةٍ، وضمن قوانينَ ثابتة.

ففي الشكل المجاور حركةُ المياه تشكّلُ شكلاً منظّماً.

الشكل الهندسيّ الذي تصنعه نافورةُ المياه في الشكل منحنًى مفتوحٌ إلى الأسفل.

أعطِ أمثلةً أخرى لأشياء، أو لأشكالٍ لها الحركة

سها : _____

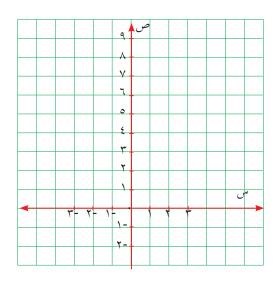


يُسمّى كثيرُ الحدود ق(س) = أس + ب س + ج، حيث: أ، ب، ج أعداد حقيقيّة، أ \pm صفر اقتراناً تربيعيّاً.



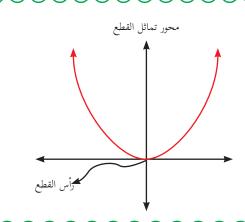
نشاط(٢): أُكمل الجدول الآتي، وأُعيّن النقاط الناتجة في المستوى:

٣-	۲-	١-	•	١	۲	٣	س
		١			٤		ص = ق(س) = س۲



أَتْعَلَّم:

عند تمثيل الاقتران التربيعيّ ق (س) = س في المستوى الديكارتي يظهر كما في الشكل المجاور، ويُسمّى قطعاً مكافئاً. ويُسمّى هنا قطعاً مكافئاً مفتوحاً إلى الأعلى؛ لأنّ معامل س موجب.

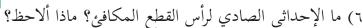


نشاط(\mathbf{r}): أُكمل خطواتِ تمثيل الاقتران التربيعيّ: ق $(\mathbf{w}) = \mathbf{w}' + \mathbf{r} \mathbf{w} - \mathbf{w}$ () أجدُ الإحداثي السيني لرأس القطع المكافئ، $\mathbf{w} = \frac{-\mathbf{v}}{\mathbf{r}} = -1$ () أكوّنُ الجدول لتمثيل النقاط:

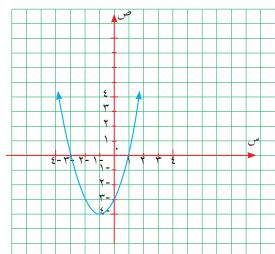
٣-	۲-	1-	•	١	ىس
		٤-			ص = ق(س)

ق(-۱) =
$$(-1)^{+}$$
 $+$ \times المحداثيّات رأس القطع قر(-۱) عبداثيّات رأس القطع

- ٣) أُعيّنُ النقاط في المستوى الديكارتي، وأصلُ بينها.
 - ٤) ما نقاط تقاطع المنحني مع محور السينات؟
 - ه) الاقتران مفتوح لـ ____ لأن ____



ألاحظ أنّ: ق(١٠) = ٤٠، وهي القيمة الصغرى للاقتران.



تمارين ومسائل:

الله المستوى الديكارتي: المستوى الديكارتي:

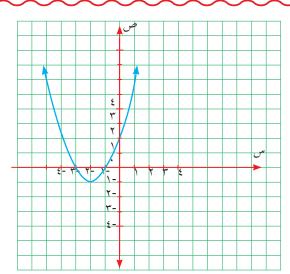
$$\mathbf{0}$$
ق ق $\mathbf{0}$ ق $\mathbf{0}$ = س $\mathbf{0}$ + ۲ س

$$\Theta$$
ق ق (س) = ۳س 7 – ۱۲ س

$$\bigcirc$$
ق(س) = ۱ – س

س الشكل المجاور، أجد:

🕘 إحداثيّات نقطة تقاطعه مع محور الصّادات.



مهمة تقويمية (١):

رس ا اخانت ق (س) = س ٔ
$$-$$
 س ٔ $+$ ۳، هـ (س) = س ٔ $+$ ۱ ، أجد:

$$oldsymbol{0}$$
ق (س) $imes$ هـ (س) $oldsymbol{+}$ هـ (س) $oldsymbol{0}$

$$(m^{+1})$$
. أبين باستخدام القسمة الطويلة أن $(m+1)$ هو عامل من عوامل (m^{+1}) .

الاقتران النسبي

نشاط(١): في القاعات الرئيسه يتمّ عملُ أنظمةٍ للتبريد؛للتخفيف من استهلاك الطاقة،





يحاول المهندسون أنْ تكونَ نسبةُ مساحة سطح المجسّم إلى حجمه صغيرة بالحد الكافي. هناك قاعةٌ طولُها س متر ، عرضُها س متر ، ارتفاعُها س متر.

أجد: المساحة الكليّة للقاعة =

نسبة المِساحة الكليّة للقاعة إلى حجمها =

نظريف

يُسمّى الاقتران المكتوب على صورة ق(س) = $\frac{(a-b)}{b}$ ، اقتراناً نسبيّاً، حيث هـ(س)، b ل(س) اقترانان كثيرا حدود، ومجال الاقتران ق(س) هو ح ما عدا أصفار الاقتران ل(س).



$$\frac{\xi - \sqrt[7]{m^4}}{7 + m} = (1)$$

لإيجاد مجال الاقتران ق(س) نجد أصفار المقام.

$$m \neq w$$
 $m \neq w$
 $m \neq$

أَصْفَارِ الاقترانِ النسبي هي تلك القيم التي تجعل قيمة البسط = صفر، ولا يكون المقام مساوياً صفر عندها.

تمارين ومسائل:

سا أجد مجال الاقترانات النسبيّة الآتية:

$$\frac{1+\omega\xi}{\xi(\omega)} = \frac{\delta\omega + \gamma\omega^{2} + \delta\omega}{\frac{1}{\gamma}} = \frac{\delta\omega}{\sqrt{\gamma}} = \frac{\delta\omega}{\sqrt{\gamma$$

$$\frac{m\omega+1}{\omega(\omega)} = \frac{m\omega+1}{\omega(\omega^{7}-1)}$$

سري أجد أصفار الاقترانات النسبية الآتية:

قوانين الاحتمالات

[٤ - ٤]



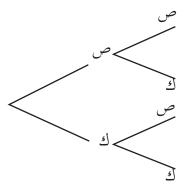
نشاط (١): الجنيه الفلسطيني هو العملة

التي استخدمتها حكومة فلسطينَ في عهد الانتداب البريطاني بين عاميّ ١٩٤٧م - ١٩٤٨م.

تم إلقاءِ قطعةِ نقد معدنية من فئة ٥٠ مل مرتين متاليتين، وملاحظة الوجه الظاهر.

ص: تعنى وجه صورة عليه غصن الزيتون.

ك: تعنى وجه عليه العدد ٥٠ مل



• الفراغ العيني للتجربة $\Omega = \{ (\, \omega \, \, , \, \omega \,) \, , \, \ldots , \, (\, \& \, , \, \omega \,) \, , \, \ldots . \}$ (ω , ε) تعنى: ظهور صورة في الرمية الأولى، وكتابة في الرمية الثانية.

(ك ، ص) تعني:)

• إذا كان حر حادث ظهور كتابة واحدة فقط ، حر حادث ظهور صورة واحدة على الأقلّ، فإنّ:

 $\{ \ldots , (\omega , b), \ldots \} = \{ \ldots , (b , \omega) \} = \{ \ldots \}$

 $\bullet \quad \mathcal{L}(\mathbf{z}_{1}) = \frac{7}{3} = \frac{7}{7}$

• ل(ح,) =

 $\{\qquad \qquad ,\qquad \qquad \}=_{\gamma} \bigcup_{\gamma} \bigcup_{\gamma}$

• احتمال عدم وقوع الحادث ح، هو:

 $U(\overline{\zeta}_{\gamma}) = 1 - U(\zeta_{\gamma}) = 1 - \dots = \dots$



إذا كانت Ω هي الفضاء العينيّ لتجربةٍ عشوائيّة، بحيث إنّ كلٌّ عنصرٍ في Ω له فرصة الظهور نفسها (الحدوث)، وكان الحادث ح Ω ، فإنّ :

$$begin{subarray}{l}
 = \frac{\text{ake ailong } \sigma}{\text{ake ailong } \Omega}
 \end{bmatrix}$$

$$U(\overline{z}) = 1 - U(z)$$

• إذا كان ح، ح حادثيْن في Ω ، فإنّ:

$$\mathsf{L}(\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}}}}) = \mathsf{L}(\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}}}}) + \mathsf{L}(\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}}}}) - \mathsf{L}(\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}}}}) - \mathsf{L}(\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}_{\mathsf{S}}}})$$



اِذَا كَانَ حِم، حِم حَادثَيْنَ مِنفُصِلَيْنَ فِي Ω ، فَإِنَّ:

$$U(z, \cup z) = U(z,) + U(z,)$$



نشاط (٢): إذا كان احتمالُ أنْ يُنجِزَ مقاولُ بناءٍ مشروعيْن (سكني وتجاري) معاً في الموعد المحدّد يساوي $\frac{1}{2}$ ، واحتمالُ أنْ يُنجِزَ المشروعَ السكني يساوي $\frac{7}{2}$ ، واحتمالُ أَنْ يُنجِزَ المشروعَ التجاري لل



- ما احتمالُ أَنْ يُنجِزَ المقاولُ المشروعَ السكني فقط؟
 - ح : حادث إنجاز المقاول المشروع السكني.
 - ح : حادث إنجاز المقاول المشروع التجاري.

احتمال أنْ يُنجَزَ المشروعُ السكني فقط يعني: أنْ يُنجَزَ المشروعُ السكني، وعدم إنجاز

$$U(\zeta_{1} - \zeta_{2}) = U(\zeta_{1}) - U(\zeta_{2}, -\zeta_{3})$$

$$= \frac{1}{\xi} - \frac{1}{\xi} = \frac{1}{\xi}$$

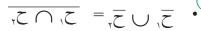
• ما احتمالُ أنْ يُنجِزَ المقاولُ المشروعَ التجاري فقط؟

احتمال أنْ يُنجِزَ المشروع التجاري فقط يعني:.....

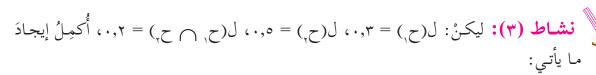
$$U(z,-z,)=U(z,)-U(z,-z,)$$

$$=$$
 $\frac{1}{\xi}$ $\frac{\gamma}{\tau}$ $=$





$$\overline{\zeta_1} \cap \overline{\zeta_2} = \overline{\zeta_1} \cap \overline{\zeta_2} \quad \bullet$$





$$U(\overline{\zeta}_{i}) = I - U(\zeta_{i}) = I - U(\zeta_{i})$$

•
$$U(z_1 - z_2) = U(z_1) - U(z_2 \cap z_1)$$

$$\bullet \quad \downarrow (\overline{\zeta_{1}} \cup \overline{\zeta_{1}}) = \downarrow (\overline{\zeta_{1}} \cap \overline{\zeta_{1}}) = (-\overline{\zeta_{1}} \cap \zeta_{1}) = (-\overline{\zeta_{1$$

$$\bullet \quad \bigcup (\overline{\zeta}, \bigcirc \overline{\zeta}) = \bigcup (\overline{\zeta}, \bigcirc \overline{\zeta}) = (\overline{\zeta}, \bigcirc \overline{\zeta}) = (\overline{\zeta}, \bigcirc \overline{\zeta}) \cup \overline{\zeta}$$

تمارين ومسائل:

سا لَدى عائلةٍ ثلاثةٌ أطفال، ما احتمالُ أنْ يكونَ لديها بنتان وولد ؟

س٢ في تجربة رمي حجريّ نردٍ منتظميْن مرةً واحدة، وملاحظة الوجهيْن الظاهريْن،

أجدُ احتمالَ ما يأتي:

🐠 احتمال ظهور عدديْن مجموعهما ٧ . 🔒 احتمال ظهور عدديْن فرديّيْن.

🚱 احتمال ظهور عددين مجموعهما ٣ على الأكثر.

یث اِذا کان ح، ح حادثین فی Ω حیث:

 $L(z_{\gamma}) = \tau_{\gamma}, \qquad L(z_{\gamma}) = \pi_{\gamma}, \qquad L(z_{\gamma} - z_{\gamma}) = 0,,$ $L(z_{\gamma} - z_{\gamma})$ $L(z_{\gamma} - z_{\gamma})$

مهمة تقويمية (٢):

🐠 ق (۳)

 $\frac{m+m}{m}$ إذا كان ق $(m) = \frac{m+m}{m-m}$ أجد:

(٠) ق

س^۲ أجد مجال الاقتران النسبي الآتية:

 $(w) = \frac{7w^7 + 1}{2}$ = (w)

س من المنتران النسبي: ق (س) = سن المنتران النسبي: ق (س) = سن المنتران النسبي: ق (س) = سن المنتران النسبي المنتران النسبي المنتران النسبي المنتران النسبي المنتران النسبي المنتران النسبي المنتران المنتر

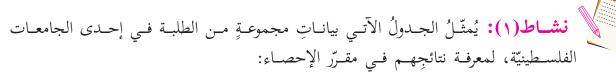
سه إذا كان احتمالُ نجاحِ طالبٍ في امتحان الفيزياء يساوي ٢٠,٠، واحتمالُ نجاحِه في امتحان الكيمياء يساوي ٢٠,٠، واحتمالُ نجاحِه في الامتحانيْن معاً يساوي ٢٠,٠، فما احتمال:

نجاح الطالب في أحد الامتحانين؟

🔑 نجاح الطالب في امتحان الكيمياء فقط؟

الاحتمال المشروط

(0 - 5)



المجموع	الراسبون	الناجحون	الكُليّة
٤٠	10	70	العلوم
10	٥	١.	الزّراعة
70	١.	10	الهندسة
٨٠	٣.	٥.	المجموع

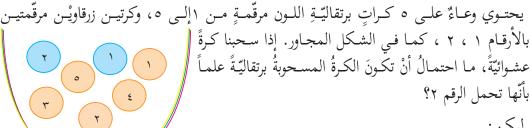
أُخْتيرَ أحدُ الطلبة عشوائيّاً، أجيبُ عمّا يأتي:

- احتمال أَنْ یکونَ هذا الطالب من کلیّة الزّراعة = $\frac{10}{100}$
- احتمال أنْ يكونَ هذا الطالب من الناجحين = _____
- احتمال أنْ یکون هذا الطالب ناجحاً، ومن کلیّة الزراعة = $\frac{1}{\Lambda}$

هل يمكن إيجادُ احتمالِ أنْ يكون هذا الطالب من كليّة الزراعة، بشرط أنّه من الناجحين؟

أَنْعَلَّم: الاحتمال المشروط: هو إيجادُ قيمةِ الاحتمالِ لحادثٍ ما، عِلماً بأنّ حادثاً آخر قد وقع.

مِثال:



الحل: ليكن:

ح : حادث الكرة المسحوبة برتقاليّة اللون. ح : حادث

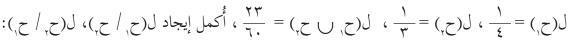
الكرة المسحوبة تحمل الرقم ٢.

ومنه:
$$U(\sigma_{\gamma}) = \frac{\gamma}{V}$$
،

 $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ احتمال أنْ تكونَ الكرةُ المسحوبةُ برتقالية، علماً بأنّها تحمل الرقم $x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$$\mathcal{L}(\zeta, /\zeta,) = \frac{\zeta(\zeta, \zeta, \zeta)}{\zeta(\zeta, \zeta)} = \frac{\zeta(\zeta, \zeta, \zeta)}{\zeta(\zeta, \zeta)} = \frac{\zeta}{\zeta}$$

ر الناس العال: عالم المال ال



تمارين ومسائل:



س أجب عمّا يأتي:

- 🐠 متى يكون ل(ح / ح) = صفر 🚱 متى يكون ل(ح / ح) = ١ 🚱 أعطي أمثلة على كل حالة للفرعين السابقين.
- س اللون على ١٣ كراتٍ بيضاءِ اللون، مرقّمةٍ من ١ إلى ١، وعلى ١٣ كرةً سوداءِ اللون مرقّمةٍ من ١ إلى ١، وعلى ١٣ كرةً سوداءِ اللون مرقّمةٍ من ١ إلى ١٣، سُجِبتْ كرةً بشكلِ عشوائيّ.
 - ما احتمالُ أَنْ تكونَ الكرةُ سوداءَ علماً بأنّها تحمل العدد ٣؟

نشاط (١): من أجل تمثيل الشعب يتم إجراء الانتخابات، أُجرِيتْ انتخاباتُ البلديّات في فلسطين عام ٢٠١٧، وتنافست ثلاثُ قوائمَ من مدينة نابُلْسَ، وأربعُ قوائمَ من مدينة الخليل، تمّ اختيارُ مرشّح من كلّ قائمةٍ عشوائيّاً، لحضورِ مؤتمرٍ حول دوْرِ البلديّات في خدمة المجتمع.

 $\Omega = \{ (1,1), (1,1), (1,1), (1,1), (1,2), (1,2), (1,1), ($

ما احتمال أنْ يكونَ مرشّخُ مدينةِ نابلسَ من القائمة الثالثة؟

ح : تُمثّلُ حادثَ أَنْ يكونَ مرشّحُ مدينةِ نابلسَ من القائمة الثالثة،

لتكن: ح تمثّل حادثَ أنْ يكونَ مرشّحُ مدينةِ الخليل من القائمة الرابعة.

$$\underline{\qquad} = \frac{\pi}{17} = \{(1, 3), (7, 3), (7, 3)\}, \text{ eash } U(\underline{3}, 1) = \frac{\pi}{17} = \underline{3}$$

إذا تم اختيارُ مرشّحيْن من المدينتيْن بشكلٍ عشوائيّ، ما احتمالُ أنْ يكونَ المرشّحُ الأوّلُ من القائمة الرابعة لمدينة الخليل؟ من القائمة الرابعة لمدينة الخليل؟

المطلوب: احتمال حدوث الحادثين معاً؛ أي ل(-, -, -)

$$\frac{1}{17} = (\zeta_{7}) + \zeta_{7} = (\zeta_{7}) + \zeta_{7} = \zeta_{7$$

-----ما العلاقةُ بين: b(z, c, c)، b(z, c) \times b(z, c)?

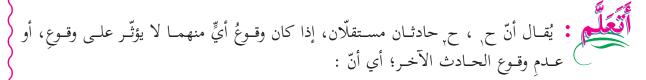
هل يتأثّرُ اختيارُ مرشّحِ مدينةِ نابلسَ باختيار مرشّحِ الخليل؟

هل يتأثّرُ حدوثُ ح بحدوثِ ح ۪؟

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{(7, 7, 7)}{\frac{1}{2}} = (7, 7) = (7, 7)$$

$$U(\zeta, \zeta, \zeta) = \frac{U(\zeta, \zeta, \zeta)}{U(\zeta, \zeta)} = \frac{\zeta}{\zeta}$$

نلاحظ أنّ: حادث اختيار المرشّح من إحدى قوائم مدينة نابلس لا يؤثّرُ على حادث اختيار، أو عدم اختيار المرشّح =من مدينة الخليل ، وتُسمّى مثلُ هذه الحوادث حوادثَ مستقلّة .



$$U(\underline{\neg}, \underline{\neg}) = U(\underline{\neg}, \underline{\neg})$$

$$\mathsf{L}(\mathsf{z}_{\mathsf{z}}/\mathsf{z}_{\mathsf{z}}) = \mathsf{L}(\mathsf{z}_{\mathsf{z}})$$

وكذلك ل(ح,
$$\bigcirc$$
 ح, $)$ = ل(ح, $)$ × ل(ح, $)$.

مِثال:

في تجربة رمي حجرِ نردٍ، ثمّ إلقاءِ قطعة نقدٍ، وملاحظة الوجهيْن الظاهريْن، ما احتمالُ ظهورِ الرقم ٥ على حجر النرد، وظهور صورةٍ على قطعة النقد؟

$$(\xi) \cdot (\xi) \cdot (\xi)$$

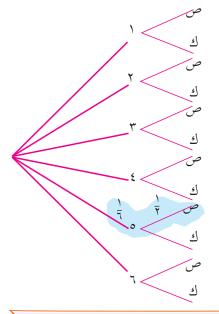
ليكن ح: حادث ظهور الرقم ٥ على حجر النرد.

ح: حادث ظهور صورة على قطعة النقد.

والمطلوب: ل(ح, ∩ ح,)

لاحظ أنّ الحادثين ح و ح مستقلّان ، فلا يتأثر رمي قطعة النقد برمي حجرِ النرد، فنجد احتمالَ كلّ منهما دون الاعتماد على الآخر: $b(z) = \frac{1}{7}$ ، $b(z) = \frac{1}{7}$ على الآخر: وبما أنّ ح ، ح مستقلان، ينتج أنّ:

$$\mathbb{L}(\mathcal{S}_{r_{1}}) = \mathbb{L}(\mathcal{S}_{r_{2}}) \times \mathbb{L}(\mathcal{S}_{r_{3}}) = \frac{1}{r_{1}} \times \frac{1}{r_{2}} = \frac{1}{r_{1}}.$$



هل يمكنك إيجاد: ل(ح, رح) بطريقةٍ أخرى؟

أُفَكِّر وأُناقش



ل(ح,) × ل(ح,) = ------ × ----- = -----

 $\mathsf{L}(\mathsf{S}_1, \mathsf{O}, \mathsf{S}_2) = \mathsf{L}(\mathsf{S}_1) + \mathsf{L}(\mathsf{S}_2) - \mathsf{L}(\mathsf{S}_1, \mathsf{O}, \mathsf{S}_2)$

0, 0, 0 = 0, 0, 0 + 0, 0 = 0, 0

 $U(z_r \cap z_r) = 07,.$

نلاحظ أنّ: ل(ح ۾ ح ج) = ل(ح) × ل(ح)، أي أنّ: الحادثين ح، مستقلّان.



نشاط(۳): إذا كان ل(ح، = 3, ... ، ل(-3, -3, ...) وكان ح، ، ح، حادثيْن مستقلّيْن،

أجد قيمة ما يأتي:

- - ل(ح, / ج,) = _____



تمارين ومسائل:

- - س٧ يحتوي صندوقٌ على ٥ كراتٍ زرقاءِ اللون، و٧ كراتٍ خضراءِ اللون، سُحبت كرتان على التوالي، مع إرجاع.أحسبُ احتمال ما يأتي:
 - 🐠 أنْ تكونَ الكرةُ الأولى زرقاءَ، والثانيةُ خضراء.
 - 🔑 أَنْ تكونَ الكرتان من اللون نفسِه.

مهمة تقويمية (٣):

سا صندوقان يحتوي الأول على ٤ كراتٍ بيضاءِ اللون، وه كراتٍ سوداءِ اللون، ويحتوي الثاني على ٣ كراتٍ بيضاءِ اللون، و٣ كرات سوداءِ اللون، وجميعُ الكرات في الصندوقيْن متماثلاتٌ في الحجم: إذا شُحبتْ كرةٌ واحدةٌ من كلِّ صندوقٍ، فما احتمالُ أنْ تكون الكرتان المسحوبتان سوداويْن؟

 $(-\sqrt{-7})$ إذا كان ل $(-\sqrt{-9}) = 0$, ، ل $(-\sqrt{-9}) = 0$, ، ل $(-\sqrt{-9}) = 0$, فما قيمة: ل $(-\sqrt{-7})$?

الدائرة



نشاط (١): تربيةُ الخيولِ والاعتناء بها إرثُ عربيُّ يقومَ الرَجُلِ بمسكِ طَرْفِ حبلٍ يمتدُّ إلى رسنِ الحصانِ الذي يدورُ ببعدٍ ثابتٍ عن الرَجُلِ.

- ما شكلُ المسارِ الناتجِ من حركةِ الحصانِ حولَ الرَجُل؟
 - ماذا يُمثّل موقعُ قدمي الرَجُلِ بالنسبةِ للمسارِ؟
- ماذا يُسمّى البعدُ الثابتُ بينَ موقع الرّجُلِ ومسار الحصانِ؟

نلاحظ أنّ: المسار الذي يشكّله الحصانُ من دورانه حول نقطةٍ ثابتةٍ (موقع الرَجُلِ) هو دائرة مركزها النقطة الثابتة ونصف قطرها ----



: المحل الهندسي: هو مسارُ نقطةٍ تتحرّكُ في المستوى الديكارتي لرسم منحنى تحت شروطٍ معيّنة، حيث تُنتِجُ هذه المساراتُ أشكالاً هندسيّة.

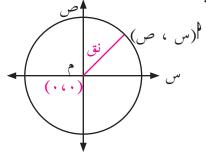
الدائرة: هي المحلُّ الهندسيّ (المسار) لنقطةٍ تتحرّك في المستوى، بحيث تبعدُ بعداً ثابتاً عن نقطةٍ ثابتةٍ، تُسمّى مركزَ الدائرة، ويُرمَزُ لها بالرمز م. يُسمّى البعدُ الثابتُ نصفَ قطر الدائرة، ويُرمز له بالرمز نق.



نشاط (٢): يُمثّل الشكل المجاور دائرةً مركزُها نقطةُ الأصل م،

وَالنقطة ﴿(س ، ص) تقع على الدائرة، م ﴿ هو نصفُ قطرِ الدائرة.

باستخدام قانون المسافة بين نقطتين، فإنّ:



م ﴿ = نق الله عند الل

بتربيع الطرفيْن أحصل على المعادلة:

أَنْعِلْمِ: الصورة العامّة لمعادلة الدائرة، التي مركزها نقطة الأصل (٠،٠)، ونصف قطرها نق هي: س ٔ + ص ٔ = نق ٔ

أكتبُ معادلةَ الدائرة التي مركزها (٠،٠)، وطولُ نصفِ قطرها ٤ سم.

مثال (١):

معادلة الدائرة: $س^{'} + ص^{'} = i$ نق الدائرة:

الحل:

$$m^{2} + \omega^{3} = 3^{2}$$

$$m^{2} + \omega^{3} = 3^{2}$$

طول م ﴿ باستخدام قانون المسافة بين نقطتين:

$$\sqrt{(w_{1}-w_{1})^{2}+(w_{1}-w_{1})^{2}}$$

، ولكن: م (= هو نصف قطر

ومنها: نق = _

بتربيع الطرفيْن أحصل على المعادلة : –

أَتُعَلِّم : الصورة العامّة لمعادلة الدائرة التي مركزُها النقطة (د ، هـ)، ونصف قطرها نق 1 هی : $(m-c)^{1}+(m-a)^{2}=i$ ق

مِثَالَ (٢): أكتبُ معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (٢ ، ١)، وطول نصف قطرها ٣ سم.

الحل:

معادلة الدائرة:
$$(m-c)^{7}+(m-a)^{7}=i \bar{u}^{7}$$

 $(m-7)^{7}+(m-1)^{7}=7$

ملاحظة: عند فكّ الأقواس في معادلة الدائرة السابقة نحصل على الصورة:

$$q = 1 + \omega + 7 - v + 3 + \omega + 7 - v - v$$

$$q = 0 + \omega + 0 - v - v + 0 = 9$$

$$\omega^{7} - 3 + \omega + \omega^{7} - v + \omega = 3$$

$$\omega^{7} - 3 + \omega + \omega^{7} - v + \omega = 3$$



نشاط (٣): عند فكّ الأقواس في المعادلة التي على الصورة:(س – د) $^{\prime}$ + (ص – هـ) $^{\prime}$ = نق $^{\prime}$

 $^{\text{T}}$ نحصل على: $^{\text{T}}$ - $^{\text{T}}$

بفرض أنّ: -د = ل ، -هـ = ك، د ' + هـ ' - نق ' = جـ

تنتج الصورة : ------

ماذا تلاحظ على معامل سن، معامل صن؟

هل يوجد الحدُّ س ص في المعادلة؟

نَعَلَم: الصورة القياسيّة لمعادلة الدائرة هي : m' + m' + 7 m + 7

تمارين ومسائل:



- الله مركزُها (٠،٠)، وطولُ نصفِ قطرها ٥سم.
 - 🔑 مرکزُها (-۳ ،۲)، وطولُ قطرِها ٦سم.
- 🔑 مركزُها (- ۲ ، ۷- ۷)، وتمرُّ في النقطة (٤، -۸).

س أجدُ مركز الدائرة، وطول نصف قطرها في كلِّ حالةٍ ممّا يأتي :

- $\cdot = 1 1 1 1 1 1 1 1$
- $\xi Y = {}^{Y}(\xi + \omega) + {}^{Y}(\Psi \omega)$
 - $m = {}^{\prime} \omega + {}^{\prime} \omega = {}^{\prime} \omega$

(A - £)

الزّوايا المركزيّة والزّوايا المحيطيّة



الأرض هذه الأرض، والاعتناء بها من ضرورات بقائنا عليها، ف«على هذه الأرض للرض الله الأرض سرورات بقائنا عليها، فد على هذه الأرض



ما يستحقّ الحياة» .اعتمد الفلاح قديماً على قوّةِ دفعِ المياه الناتجة من دولاب المياه لتحريك طاحونة القمح، تأمّل دولاب المياه في الشكل المجاور، ثم أجب:

في الدائرة التي مركزها م.

تُسمّى القطعةُ أم نصفَ قطر الدائرة،

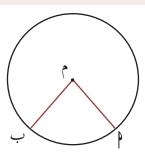
بينما القطعة ب ج _____

أجـ قوس في الدائرة.

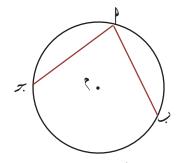
أذكرُ أسماءَ أربعِ زوايا في الشكل المجاور: ____، ___، وايا في الشكل السابق. ألاحظ: موقع رأس الزّوايا في الشكل السابق.

نظرين

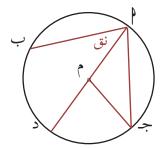
الزاوية المركزيّة: هي الزاوية التي يقع رأسُها في مركز الدائرة، وضلعاها أنصاف أقطارٍ في الدائرة. الزاوية المحيطيّة: هي الزاوية التي يقع رأسُها على الدائرة، وضلعاها أوتارٌ في الدائرة.



الزاوية أم ب (مركزيّة)



الزاوية ب أج (محيطيّة)



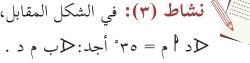
الشكل المجاور دائرة مركزها م :
 الشكل المجاور دائرة الم :
 المراح الم :
 الشكل المجاور دائرة الم :
 المجاور دائرة الم :
 المجاور دائرة الم :
 المجاور دائرة الم :
 المجاور دائرة المجاور دائرة الم :
 المجاور دائرة الم :
 المراح المجاور دائرة الم :
 المراح المجاور دائرة الم :
 المراح الم :
 المراح المجاور الم :
 المراح المجاور الم :
 المراح الم :
 المراح المراح المراح الم :
 المراح المراح المراح المراح الم :
 المراح ال

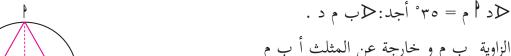
تُسمّی الزاویهُ جم د زاویهٔ _____، لماذا؟ تُسمّی الزاویهُ ام د زاویهٔ مرکزیّه، لماذا ؟

أذكرُ أسماءَ زاويتيْن محيطيّتيْن _____، ____،



 \mathbb{T} نشاط (۳): في الشكل المقابل، إذا كانت م مركز الدائرة، وكان \mathbf{T} ب \mathbf{T} م \mathbf{T} ،



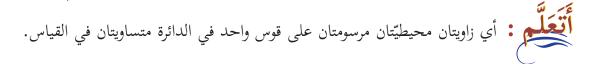


لاحط أنّ: الزاوية ب م د زاوية مركزيّة، والزاوية با د زاوية محيطيّة، مرسومتان على القوس نفسه، ما العلاقة بين قياس الزاويتين؟

عُلْمِ: قياسُ الزاويةِ المركزيّة تساوي ضعفَي قياسِ الزاوية المحيطيّة المشترِكة معها في القوس



﴿ نَشَاطُ (٤): أَتَأُمَّلُ الشَكُلِ المجاور، فيه م مركز الدائرة، وقياس الزاوية أم ب = ٠٠°،



ع : مماس الدائرة هو المستقيم الذي يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة تُعرف بنقطة تماسه معها (نقطة تماس).

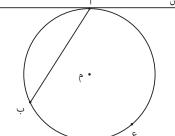


نشاط (٥): الشكل المرسوم جانباً يمثل دائرة مركزها م ، فيها س س مماس للدائرة في النقطة أ.

أب وتر في الدائرة.

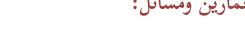
تُسمى الزاوية س $^{\prime}$ أب زاوية مماسية

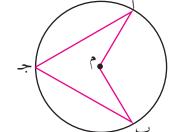
الزاوية المماسية هي



تمارين ومسائل:

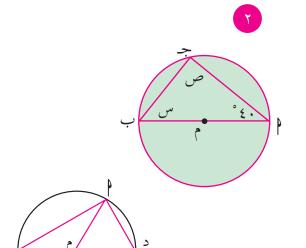


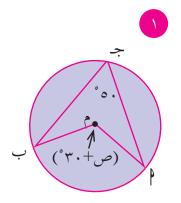




س الراوية المحيطيّة المرسومة على قطر الدائرة تساوي ٩٠.

س أجدُ قيمةَ المجهولِ في الأشكال الآتية، حيث م مركز الدائرة:



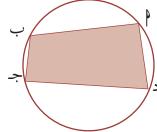


في الشكل المجاور دائرة مركزها م، فيها : $\nabla (x^2 + y^2) = 0$ ($(x^2 + y^2) = 0$) . $(x^2 + y^2) = 0$ أجد: $(x^2 + y^2) = 0$ المنعكسة، و $(x^2 + y^2) = 0$ أجد:

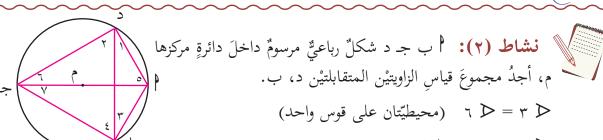


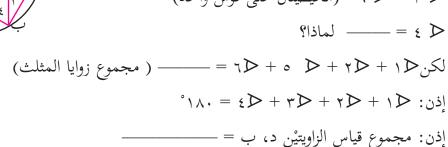
نشاط (١): يتكون الزيّ التراثيّ الشعبيّ في فلسطين من أثوابٍ مطرّزةٍ يدويّاً، بخيوط الحرير أو الصوف، ويتخذ التطريزُ تصاميم وأشكالاً مختلفةً من منطقة إلى أخرى، تتكون من أشكالٍ هندسيّةٍ، ورسوماتٍ، إذا أحطنا الشكل الرباعي في المطرّزة بدائرة، بحيث تمرُّ بجميع رؤوسه، فماذا نُسمّى هذا الشكل؟





تُعَلِّم: الشكل الرباعيّ الدائريّ: هو شكلٌ رباعيّ تقع رؤوسُه الأربعة على الدائرة.





أَنْ كُلُّ زاويتيْن متقابلتيْن في الشكل الرباعيّ الدائريّ متكاملتان (مجموعهما ١٨٠°). إذا كان مجموعُ زاويتين متقابلتين في شكلٍ رباعيّ = ١٨٠°، فإنّ هذا الشكل رباعيُّ دائريّ.



ا نشاط (٣): أب جدد شكلٌ رباعيّ دائريّ، فيه:

الضلع أب قطر في الدائرة.

أجد: ح (أدج) ،إذا كان ح (جأب) = ٢٤°

 \triangleright الماذا؟ \rightarrow الماذا؟

المثلث أب ج فيه:

ومنه: کر (ا د ج) = ۱۸۰° - ۶۸° = ۱۳۲°. لماذا؟

أُفَكِّر وأُناقش

هل كلُّ معيّنِ شكلٌ رباعيّ دائريّ؟

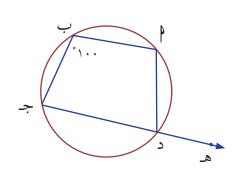


الشكل المقابل أجد
 الشكل المقابل المقاب

√ ا د ج = ۱۸°، لماذا ?------

< أ د ه = _____. لماذا؟

✓ الله ده من الله على المتداد أحد أضلاع الشكل الرباعي والضلع المجاور له. ماذا تُسمّى اله ده بالنسبة الى الشكل الرباعي الله بحد د؟



إذا مُدّ أحدُ أضلاعِ الشكل الرباعيّ على استقامته، فإنّ الزاويةَ المحصورةَ بين امتداد الضلع والضلع المجاور له تُسمّى الزاوية الخارجة عن الشكل الرباعي.

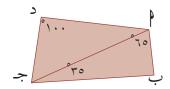
وقياس الزاوية الخارجة للشكل الرباعي الدائـري = قيـاس الزاويـة الداخليّـة المقابلـة للمجـاورة بـا.

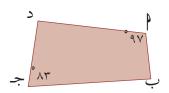
ملاحظة: إذا كانت إحدى زوايا الشكل الرباعي الدائري قائمةً، فإنّ قُطرَ الشكل الرباعي المقابل لهذه الزاوية القائمة هو قطر الدائرة.

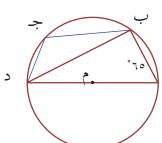


ا تمارين ومسائل:

سِ أبيّنُ أيّ الأشكال الآتية تمثل شكلًا رباعيّاً دائريّاً.



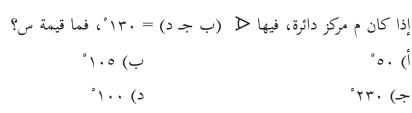




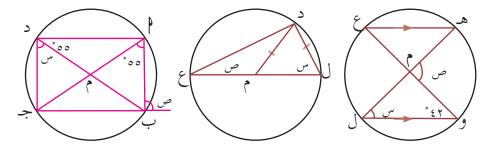
س الزاوية ب د ج $^{\circ}$ دائريّ، فيه قياس الزاوية ب د ج $^{\circ}$ ، $^{\circ}$ ،

مهمة تقويمية (٤):

- سا أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:
- $^{\text{Y}}$ ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها :(س $^{\text{Y}}$ + (ص $^{\text{Y}}$ + 7٤ ?
 - أ) ٥سم ب) ٢سم ج) ٢٤سم د) ٨ سم
 - 😗 ما قياس الزاوية المحيطيّة المرسومة على قطر الدائرة؟
 - اً) ۹۰ ° ب °۳۰ ج) ۲۰° د) ۸۰°
 - 😗 في الشكل المجاور:



- س٧ أجد معادلة الدائرة في ما يأتي:
- 🐠 مركزها (-١،٥) ، وتمرّ بالنقطة (٢، ٤)
- س أجد قياسات الزوايا المجهولة في الأشكال الآتية:



جـ

س١: أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

۱- قياس زاوية مركزيّة في دائرة مركزها م =٠٠٠°، فما قياس الزاوية المحيطيّة المشتركة معها في القوس؟

٢- ما العلاقة بين كلّ زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الدائري؟

أ) مجموعهما ٣٦٠° ب) متساويتين جي متكاملتين د) متتامتين

 $\frac{7}{m} = \frac{7}{m}$ - إذا كان ح، ، ح، حادثين منفصلين في Ω ، وكان ل(-1)

 $U(\zeta_{\gamma}) = \frac{1}{2}, \text{ in Eight } U(\zeta_{\gamma}) = \frac{1}{2}$

ر) $\frac{1}{7}$ ($\frac{1}{7}$ ($\frac{1}{7}$ ($\frac{1}{7}$

 $U(-\zeta) = \xi, \cdot, \cdot$ فما قيمة $U(-\zeta) = \xi, \cdot, \cdot$

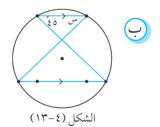
٥- درجة كثير الحدود ق(س) تساوي ٥ ، ودرجة كثير الحدود هـ(س) تساوي ٣ ، فما درجة حاصل ضربهما ؟

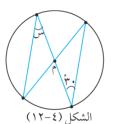
أ) ۲ (ب) ٥ (ب) ۲ (أ

س٢: أجدُ ناتج القسمة والباقي عند قسمة ق (س) على هـ (س) في كلّ من الحالات الآتية باستخدام القسمة الطويلة:

 $\sigma + \sigma = \tau$ ، هـ (س) $\sigma = \tau$ ، هـ (س) هـ تق

س٣: أجد قيمة س في كل من الأشكال الآتية، حيث م مركز الدائرة:





س٤: أجد معادلة الدائرة الآتية: نهايتا قطرِ فيها النقطتان: أ (٧ ، ١٢) ، ب(٥- ، -٤)

 $(-\frac{1}{\sqrt{2}}) = (-\frac{1}{\sqrt{2}})$ سہ: إذا كان حے، حادثين في Ω ، وكان ل $(-\frac{1}{\sqrt{2}}) = (-\frac{1}{\sqrt{2}})$ ل (ح) = $\frac{1}{2}$. أحسبُ قيمةَ كلِّ ممّا يأتى:

(ح / ح) (-, --,) (-, /-,)

> $^{\prime\prime}$ س $^{\prime\prime}$: إذا كان ل $^{\prime\prime}$ كان ل $^{\prime\prime}$ $^{\prime$ 🕩 هل ح ، ح ، مستقلان؟ 🔑 ما قيمةُ ل(ح)؟

س۷: إذا كانت ق $(س) = m^7 - 6m^7 + 7$ ، هـ $(m) = m^7 + 1$ ، أجد: $oldsymbol{\emptyset}$ ق(س) imes هـ(س) $oldsymbol{\bullet}$ ق(س) $oldsymbol{\circ}$ هـ(س)

د) ح - {٠، ٢}

س ١ ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتى:

(۱) ما مجال الاقتران: ق
$$(m) = \frac{m}{m (m+r)}$$
 هو؟
أ) ح - $\{-7\}$ ب) ح - $\{-7\}$

$$\{ \cdot, \cdot, \cdot \} = \{ \cdot, \cdot, \cdot, \cdot$$

فإن قياس الزاوية ص هو:

$$(w-1)^{2} + (w-1)^{2} + (w-1)^{3} + (w-1)^{4} = (w-$$

 $(\neg \neg \neg \neg)$ إذا كان ح، ح، ح، حادثين منفصلين، ما قيمة: ل $(\neg \neg \neg \neg)$ Ω (ب

ه) أيّ من الآتية يعد متطابقة مثلثية؟

٦) إذا كان ح، ح, حادثين مستقلين في Ω لتجربة عشوائية ما، وكان: ل (ح) = ٥٠٠، ل (ح) = ٠,٤ فما قيمة ل (ح,∪ح,)؟

س٢: في الشكل الآتي أوجد قياس الزوايا المجهولة، علماً بانّ النقطة م تدل على مركز الدائرة؟

س٣: تقدّم ٢٠ طالباً لامتحانيّ رياضيات وعلوم، فإذا نجح نصف الطلبة في العلوم، وثلاثة أرباع الطلبة في الرياضيات، وكان عدد الناجحين في المادتين معاً عشرة طلاب:

• ما احتمال أن ينجح في إحدى المادتين؟

$$\frac{7 - \sqrt{1 - 1}}{\sqrt{1 - 1}} = (m) = \frac{7 - \sqrt{1 - 1}}{m}$$
 ?

سه: أمثل الاقتران ق(m) = m' - 3 وأجد القيمة الصغرى له.

س٦: اذا کان ق $(m) = 7m^7 + 6m^7 - 1$ ، هـ $(m) = 7m^7 + m + 3$ ، ك $(m) = 7m^7 - 3$ اقترانات كثيرة حدود، فأوجد ما يأتي، وحدد درجة الناتج: