



الجزء
الأول

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

فريق التأليف:

أ. فلاح الترك

أ. ربي داوود

أ. محمود كميل (منسقاً)

أ. معز عباس

أ. محاسن سحويل



أ. نسرين دويكات

أ. قيس شبانة

قررت وزارة التربية والتعليم في دولة فلسطين
تدريس هذا الكتاب في مدارسها بدءاً من العام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٨ م

الإشراف العام

د. صبري صيدم	رئيس لجنة المناهج
د. بصري صالح	نائب رئيس لجنة المناهج
أ. ثروت زيد	رئيس مركز المناهج

الدائرة الفنية

أ. كمال فحمأوي	الإشراف الإداري
أ. مازن حشيمة	التصميم الفني
د. نبيل الجندي	التحكيم العلمي
د. سعيد عساف	مراجعة
أ. رائد شريدة	التحرير اللغوي
د. سميرة النخالة	المتابعة للمحافظات الجنوبية

الطبعة الثالثة

٢٠٢٠ م / ١٤٤١ هـ

جميع حقوق الطبع محفوظة ©



mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps

[f.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym](https://www.facebook.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym)

هاتف +970-2-2983280 | فاكس +970-2-2983250

حي الماصيون، شارع المعاهد

ص. ب 719 - رام الله - فلسطين

pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

يتصف الإصلاح التربوي بأنه المدخل العقلاني العلمي التابع من ضرورات الحالة، المستند إلى واقعية النشأة، الأمر الذي انعكس على الرؤية الوطنية المطورة للنظام التعليمي الفلسطيني في محاكاة الخصوصية الفلسطينية والاحتياجات الاجتماعية، والعمل على إرساء قيم تعزز مفهوم المواطنة والمشاركة في بناء دولة القانون، من خلال عقد اجتماعي قائم على الحقوق والواجبات، يتفاعل المواطن معها، ويعي تراكيبها وأدواتها، ويسهم في صياغة برنامج إصلاح يحقق الآمال، ويلامس الأماني، ويرنو لتحقيق الغايات والأهداف.

ولما كانت المناهج أداة التربية في تطوير المشهد التربوي، بوصفها علماً له قواعده ومفاهيمه، فقد جاءت ضمن خطة متكاملة عالجت أركان العملية التعليمية التعلمية بجميع جوانبها، بما يسهم في تجاوز تحديات النوعية بكل اقتدار، والإعداد لجيل قادر على مواجهة متطلبات عصر المعرفة، دون التورط بإشكالية التشتت بين العولمة والبحث عن الأصالة والانتماء، والانتقال إلى المشاركة الفاعلة في عالم يكون العيش فيه أكثر إنسانية وعدالة، وينعم بالرفاهية في وطن نحمله ونعظمه.

ومن منطلق الحرص على تجاوز نمطية تلقّي المعرفة، وصولاً لما يجب أن يكون من إنتاجها، وباستحضار وإعٍ لعديد المنطلقات التي تحكم رؤيتنا للطالب الذي نريد، وللبنية المعرفية والفكرية المتوخّاة، جاء تطوير المناهج الفلسطينية وفق رؤية محكومة بإطار قوامه الوصول إلى مجتمع فلسطيني ممتلك للقيم، والعلم، والثقافة، والتكنولوجيا، وتلبية المتطلبات الكفيلة بجعل تحقيق هذه الرؤية حقيقة واقعة، وهو ما كان له ليكون لولا التناغم بين الأهداف والغايات والمنطلقات والمرجعيات، فقد تألفت وتكاملت؛ ليكون النتاج تعبيراً عن توليفة تحقق المطلوب معرفياً وتربوياً وفكرياً.

ثمّة مرجعيات تؤطّر لهذا التطوير، بما يعزّز أخذ جزئية الكتب المقرّرة من المنهاج دورها المأمول في التأسيس؛ لتوازن إبداعي خلّاق بين المطلوب معرفياً، وفكرياً، ووطنياً، وفي هذا الإطار جاءت المرجعيات التي تم الاستناد إليها، وفي طليعتها وثيقة الاستقلال والقانون الأساسي الفلسطيني، بالإضافة إلى وثيقة المنهاج الوطني الأول؛ لتوجّه الجهد، وتعكس ذاتها على مجمل المخرجات.

ومع إنجاز هذه المرحلة من الجهد، يغدو إجزاء الشكر للطواقم العاملة جميعها؛ من فرق التأليف والمراجعة، والتدقيق، والإشراف، والتصميم، واللجنة العليا أقل ما يمكن تقديمه، فقد تجاوزنا مرحلة الحديث عن التطوير، ونحن واثقون من تواصل هذه الحالة من العمل.

وزارة التربية والتعليم

مركز المناهج الفلسطينية

آب / ٢٠١٧

تُعدُّ مرحلة التمكين مرحلة تعليمية مهمة؛ كونها تأتي محصلة للمعارف والمفاهيم التي اكتسبها الطلبة من مرحلة التهيئة، وهي مرحلة تبدأ من الصف الخامس، وتنتهي بالصف العاشر، يميل الطلبة خلال هذه المرحلة إلى الاستقلالية في التفكير، والبحث، والاستقصاء؛ لذا ما ينبغي مراعاته إشراكهم في المناقشة، وحل المشكلات المطروحة التي يتم من خلالها بناء شخصية الطالب القادر على مجاراة التطور العلمي والتكنولوجي الهائل، في عالم مليء بالتغيرات التي تتطلب منه اكتساب روح المبادرة، والتكيف مع مستجدات العصر المتسارعة، بما يضمن له استكشاف المعارف، وفي هذه المرحلة أيضًا، يتم تقديم المحتوى التعليمي ب قالب عصري؛ ليكون امتدادًا للمحتوى الرياضي الذي تمّ في مرحلة التأسيس، ويستمرّ المنهاج المبني على الأنشطة أصلًا في ربط التعلم بالسياقات الحياتية بطريقة جاذبة محببة؛ لتكوين طالب متفاعل نشط، ينفذ الأنشطة والتمارين المتنوعة المطلوبة منه.

تشكّل العملية التعليمية التعلمية في هذه المرحلة الركيزة الأساسية في تمكين الطالب من المفاهيم والمعارف والمهارات، وتوظيفها ضمن سياقات مناسبة، تقوم على حل مشكلات حياتية، ولا يكون ذلك إلا بالقيام بأنشطة محفّزة، ومثيرة للتفكير، تحاكي البيئة الفلسطينية في المجالات الاجتماعية، والاقتصادية، وغيرها، كما تمّ توظيف التكنولوجيا في تنفيذ هذه الأنشطة بطريقة سلسلة جذابة، مع الأخذ بعين الاعتبار التدرج في مستوى الأنشطة، بما يتناسب ومستويات الطلبة، والتعامل مع كل مستوى بما يضمن علاج الضعف، وصولًا لتنمية مهارات التفكير العليا لديهم.

تكوّن هذا الكتاب من أربع وحدات اهتمت بتوظيف الرياضيات في سياقات متعددة، وقد تضمنت هذه الوحدات على الترتيب الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية، والجبر، والهندسة، والإحصاء. وقد تناولت الأولى مفهومي العدد النسبي والعدد غير النسبي والعمليات وأبرز خصائصها على مجموعتي الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية، فيما تناولت الثانية تحليل المقادير الجبرية والعمليات عليها، بينما تناولت الثالثة نظرية فيثاغورس ومفهومي التطابق والتشابه وبعض تطبيقاتهما، أما الرابعة فقد تناولت تمثيل البيانات ومفهوم التشتت وبعض مقياسه.

أملنا بهذا العمل، وقد حققنا مطالب العملية التعليمية التعلمية كافة، من خلال منهاج فلسطيني واقعي منظم، وإننا إذ نضع بين أيديكم ثمرة جهد متواصل، وكلنا ثقة بكم معلمين ومشرفين تربويين ومديري مدارس، وأولياء أمور، وخبراء ذوي علاقة في رقد هذا الكتاب بمقترحاتكم، وتغذيتكم الراجعة، بما يعمل على تجويده وتحسينه؛ لما فيه مصلحة الطلبة قادة المستقبل.

المحتويات

الوحدة الثانية

٣٧	الجبر
٣٩	١-٢ جمع المقادير الجبرية وطرحها
٤٢	٢-٢ ضرب المقادير الجبرية
٤٧	٣-٢ تحليل المقادير الجبرية بإخراج العامل المشترك
٥٠	٤-٢ تحليل العبارة التربيعية
٥٥	٥-٢ تحليل الفرق بين مربعين
٥٨	٦-٢ قسمة المقادير الجبرية
٦١	٧-٢ تمارين عامة

الوحدة الأولى

٢	الأعداد النسبية وغير النسبية
٤	١-١ العدد النسبي
٩	٢-١ الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي
١٢	٣-١ مقارنة الأعداد النسبية
١٥	٤-١ جمع الأعداد النسبية وطرحها
٢٠	٥-١ ضرب الأعداد النسبية وقسمتها
٢٦	٦-١ العدد غير النسبي
٣١	٧-١ العمليات على الأعداد غير النسبية
٣٥	٨-١ تمارين عامة

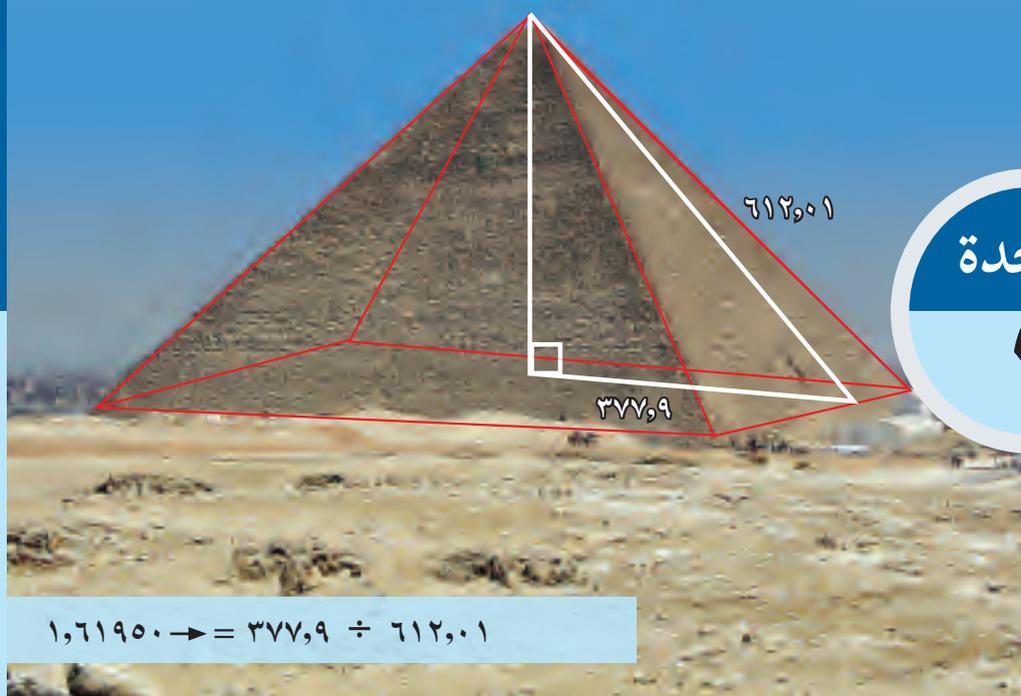
الوحدة الرابعة

٩١	الإحصاء
٩٣	١-٤ تمثيل البيانات بطريقة القطاعات الدائرية
٩٧	٢-٤ مقاييس التشتت
١٠٢	٣-٤ تمارين عامة

الوحدة الثالثة

٦٣	الهندسة
٦٥	١-٣ نظرية فيثاغورس
٧٠	٢-٣ عكس نظرية فيثاغورس
٧٤	٣-٣ تطابق المثلثات (١)
٧٩	٤-٣ تطابق المثلثات (٢)
٨٣	٥-٣ تشابه المثلثات
٨٨	٦-٣ تمارين عامة

الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية



الوحدة

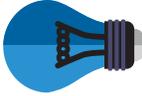


النسبة المشار إليها في الصورة أعلاه تقترب من نسبة مشهورة،
أبحث عن بعض مدلولات هذه النسبة في جسم الإنسان
وجوانب أخرى في الحياة.

الأبعاد بالقدم (القدم = ٣٠,٤٨ سم)

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف العمليّات الحسابية في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة وخصائيهما في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

- ١- التعرّف إلى مفهومي العدد النسبيّ والعدد غير النسبيّ.
- ٢- التمييز بين العدد النسبيّ والعدد غير النسبيّ.
- ٣- كتابة العدد النسبيّ بصور مختلفة.
- ٤- إيجاد قيمة بعض الجذور لمربّعات كاملة، ومكعبات كاملة.
- ٥- إيجاد قيم تقريبيّة لبعض الجذور التريعيّة والتكعيبيّة.
- ٦- إيجاد ناتج العمليّات الأربع في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.
- ٧- تعرّف خصائص العمليّات في الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.
- ٨- حلّ مشكلات تتضمّن سياقات حياتيّة على الأعداد النسبيّة والأعداد غير النسبيّة.



١-١ العدد النسبي:



نشاط ١:

تعلو قبة الصخرة مجسماً ثمانية يبلغ طول ضلعه ٢٠,٦ م، وارتفاعه ٩,٥ م، فيما يضم الجزء العلوي من كل جدار خمسة شبايك.

العدد ٥ ينتمي لمجموعة الأعداد الطبيعية، ورمزها

وكذلك العدد ٥ ينتمي لمجموعة الأعداد الصحيحة، ورمزها

فما المجموعة التي ينتمي لها العدان ٢٠,٦، ٩,٥، وكيف تميّز هذه المجموعة؟



نشاط ٢:

يبين الجدول الآتي كميات الأمطار التي هطلت عام ٢٠١٦ م في بعض مناطق فلسطين، حتى أواخر شهر كانون الأول:

المنطقة	نابلس	القدس	البحر الميت	صفد	يافا
كميات الأمطار(ملم)	٢٤٠	١٣٣	٤	٢٥٤	١٥٠

أُكْمِلُ الآتي:

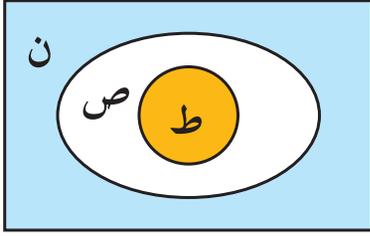
نسبة كمية ما هطل في منطقة نابلس إلى كمية ما هطل في منطقة البحر الميت = $\frac{٢٤٠}{٤}$ =

نسبة كمية ما هطل في منطقة نابلس إلى كمية ما هطل في منطقة يافا = $\frac{٢٤٠}{١٥٠}$ =

ماذا تُسمى الصيغة التي تُكْتُبُ بها مثل هذه النسب؟

تعريف: يسمى أيُّ عدد يمكن كتابته بالصورة $\frac{أ}{ب}$ عدداً نسبياً،
أ، ب \in ص، ب \neq ٠، ويُرمز لمجموعة الأعداد النسبية بالرمز ن.





يمكن تمثيل العلاقة بين مجموعات الأعداد ط، ص، ن، كما في الشكل المجاور.



نشاط ٣:

أتأمل الآتي، ثم أكمل:

- العدد ٢,٤ يُكْتَبُ $\frac{٢٤}{١٠}$ ، فهو عدد نسبيّ .
 والعدد $٩\overline{٢} = ٣-$ ، وَيُكْتَبُ $\frac{٣-}{١}$ ، فهو عدد نسبيّ .
 والعدد $٣\frac{١}{٤}$ يُكْتَبُ ، فهو عدد نسبيّ .
 والعدد ٢,٣٥ يُكْتَبُ ، فهو



نشاط ٤:

- أُكْمِلْ؛ لِأَتَحَقَّقْ مِنْ أَنَّ كَلًّا مِنَ الْآتِي: $٠,٣$ ، $٠,٥\overline{٢}$ ، أَعْدَادٌ نَسْبِيَّةٌ .
 أَفَرِّضُ أَنَّ س = $٠,٣$ ، وَبِضْرِبِ الطَّرْفَيْنِ بِالْعَدَدِ ١٠ يَنْتُجُ:
 $١٠س = ٣$ ، وَبِطَرَحِ الْمَعَادِلَتَيْنِ، يَنْتُجُ أَنَّ
 $٩س = ٣$ ، لِمَاذَا؟
 وَمِنْهَا س =
 أَيُّ أَنَّ $٠,٣ = \frac{١}{٣}$ ، وَهُوَ عَدَدٌ
 وَبِالْمِثْلِ، أَفَرِّضُ أَنَّ س = $٠,٥\overline{٢}$ ، وَبِضْرِبِ الطَّرْفَيْنِ بِالْعَدَدِ ١٠٠ يَنْتُجُ:
 $١٠٠س = ٥٢,٥\overline{٢}$ ، وَبِطَرَحِ الْمَعَادِلَتَيْنِ يَنْتُجُ
 $١٠٠س - س = ٥٢,٥\overline{٢} - ٥٢$ ، وَمِنْهَا:
 $٩٩س = ٥٢$ ، وَمِنْهَا س =
 أَيُّ أَنَّ $٠,٥\overline{٢} = \dots$ ، وَهُوَ عَدَدٌ

أَتَعَلَّم: أَيُّ عَدَدٍ عَشْرِيٍّ دَوْرِيٍّ هُوَ عَدَدٌ نَسْبِيٍّ .



يمكن تحويل العدد النسبي المكتوب بالصورة $\frac{أ}{ب}$ إلى الصورة العشرية بطرق مختلفة، منها:

١- ضرب البسط والمقام في عدد يجعل مقام الكسر العادي ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ...



نشاط ٥:

أكمل تحويل كل من الآتي: $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٣-}{٤}$ ، $\frac{٩}{٤٠}$ إلى كسر عشري:

$$\begin{aligned} ٠,٢ &= \frac{\dots}{١٠} = \frac{\dots \times ١}{\dots \times ٥} = \frac{١}{٥} \\ ٠,٧٥ &= \frac{\dots}{١٠٠} = \frac{\dots \times ٣-}{\dots \times ٤} = \frac{٣-}{٤} \\ ٠,٢٢٥ &= \frac{\dots}{\dots} = \frac{٢٥ \times ٩}{٢٥ \times ٤٠} = \frac{٩}{٤٠} \end{aligned}$$

٢- قسمة البسط على المقام:

مثال:



اكتب الكسر $\frac{٣}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ على صورة كسر عشري. ماذا تلاحظ؟

$$\begin{array}{r} ٠,٣٧٥ \\ ٨ \overline{) ٣٠٠} \\ \underline{٢٤} \\ ٦٠ \\ \underline{٥٦} \\ ٤٠ \\ \underline{٤٠} \\ ٠ \end{array} \leftarrow \frac{٣}{٨}$$

أي أن $\frac{٣}{٨} = ٠,٣٧٥$ ، وهو كسر عشري منتهٍ.

$$\begin{array}{r} 0,333 \\ 3 \overline{) 1.0} \\ \underline{9} \\ 1.0 \\ \underline{9} \\ 1.0 \\ \underline{9} \\ 1 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{3}$$

الباقي (١) يتكرر

القسمة غير منتهية لذلك نسميه دوري

أي أن $\frac{1}{3} = 0,3\bar{3}$ ، وهو كسر عشريّ دوريّ.



نشاط ٦:

أكتبُ عدداً نسبياً يقع بين العددين $\frac{1}{8}$ ، $0,25$ ،

أحول الكسر $\frac{1}{8}$ إلى كسر عشري

$$\frac{\dots \times 1}{125 \times 8} = \frac{1}{8}$$

$$0,125 = \dots =$$

الجواب هو أي عدد نسبي يقع بين العدد $0,125$ و العدد $0,25$ ،

مثلاً: العدد $0,21$ يقع بين العددين $\frac{1}{8}$ ، $0,25$ ،

العدد _____ يقع بين العددين $\frac{1}{8}$ ، $0,25$ ،

العدد _____ يقع بين العددين $\frac{1}{8}$ ، $0,25$ ،

العدد $0,15$ يقع بين العددين $\frac{1}{8}$ ، $0,25$ ، (أقترحُ طريقة أخرى للحلّ).





تمارين ومسابيل:

(١) أكمل الجدول الآتي، بوضع إشارة (✓) إزاء المجموعة التي ينتمي إليها العدد:

المجموعة	العدد	$\sqrt{121}$	٥-	٠,٦	$\frac{2-}{5}$	٠,٠٠٠٣٣٣	٠,٢٣	$1\frac{3}{4}$
ط		✓						
ص		✓						
ن		✓						

(٢) أيبّن أن كلاً من الأعداد الآتية عدد نسبي:

$$٠,٢٥ ، ١,٥ ، \sqrt[3]{27}$$

(٣) أتحقق من الآتي:

$$١ = ٠,٩$$

$$\frac{٥٤}{٩٩} = ٠,٥٤$$

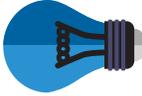
(٤) لعب راشد ١١ مباراة في إحدى الألعاب الرياضية، ففاز في ثلاثٍ منها. أعبّر عن نسبة فوزه كعدد عشريّ دوريّ.

(٥) أكتب عدداً نسبياً يقع بين العددين المحددين فيما يأتي:

$$٠,١٥ ، ٠,١٤$$

$$\frac{1}{3} ، \frac{1}{5}$$

(٦) مع خليل مئة دينار، تصدق بعشرين ديناراً للجنة الزكاة في الحي، اكتب العدد النسبي الذي يُعبّر عن نسبة الصدقة التي قدمها خليل.



٢-١ الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لعدد نسبي



نشاط ١:

مزرعة النخيل	

يخطط أبو محمد للاستثمار في الزراعة في الأغوار، حيثُ يخصص $\frac{1}{4}$ مساحة منطقة مربعة مربعة من قطعة أرض يمتلكها لزراعة النخيل، كما في الشكل المجاور، فكم سيكون طول ضلع الجزء المخصص لزراعة النخيل؟

مساحة الجزء المخصص لزراعة النخيل = $\frac{1}{4}$ مساحة القطعة المربعة

من الشكل، يتبين أن طول ضلعها = $\sqrt{\quad}$ (لماذا؟)، فما العلاقة بين طول الضلع والمساحة؟

تعلم أن الجذر التربيعي للعدد الطبيعي المربع الكامل ب^٢ هو العدد ب (أحد عامله المتساويين)، وتكتب بالرموز $\sqrt{ب} = ب$ ، فهل يمكن إيجاد الجذر التربيعي لأي عدد نسبي مربع بطريقة مشابهة؟



نشاط ٢:

أجد قيمة $\sqrt{\frac{4}{9}}$.
أرسم مربعاً، طول ضلعه وحدة واحدة وأقسمه إلى ٩ أجزاء متساوية، وأظلل $\frac{4}{9}$ مساحته، كما في الشكل المجاور. ألاحظ أن مساحة المنطقة المظللة يمثلها الكسر $\frac{4}{9}$ ومنها طول ضلعها = $\frac{2}{3}$ وحدة طول؛ أي أن $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ (لماذا؟)

أتعلم: إذا أمكن كتابة العدد النسبي ج كحاصل ضرب عددين نسبيين موجبين

متساويين فإن العدد $\sqrt{ج}$ عدد نسبي موجب، ويمكن إيجاد قيمة $\sqrt{ج}$ وفقاً للقاعدة:

$$\sqrt{ج} = \sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \frac{1}{ب} \times \sqrt{أ} = \sqrt{\frac{أ}{ب^2}} \quad \text{بشرط } ب \neq 0$$





نشاط ٣:

أُكْمِلْ لأجد قيمة كل من الآتي: (١) $\sqrt[3]{\frac{1}{9}}$ (٢) $\sqrt[3]{0,001}$ (٣) $\sqrt[3]{\frac{1}{9}}$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{0,001} \quad (٢) \quad \begin{array}{l} \dots = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \quad (١) \\ \dots = \sqrt[3]{\frac{64}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \quad (٣) \end{array}$$

... = (لماذا؟)

$$\sqrt[3]{\frac{64}{9}} = \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \quad (٣)$$

... =

تعلّم أنّ ٨، ٢٧، مكعبات كاملة، وأنّ $2 = \sqrt[3]{8}$ ، $3 = \sqrt[3]{27}$ ، فهل يمكن إيجاد الجذر التكعيبي لأيّ عددٍ نسبيّ؟

تعريف: إذا كان ج = $\frac{أ}{ب}$ ، $ب \neq 0$ ، فإنّ $\sqrt[3]{\frac{أ}{ب}}$ عددٌ نسبيّ، $\sqrt[3]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[3]{أ}}{\sqrt[3]{ب}}$



نشاط ٤:

أُكْمِلْ لإيجاد قيمة كلٍّ من الآتي: $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ، $\sqrt[3]{-0,001}$

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$$

... =

$$\sqrt[3]{-0,001} = \sqrt[3]{-0,001}$$

... =





تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ:

(١) أجد قيمة كلٍّ من الآتي:

$$\sqrt[3]{0,64} , \sqrt[3]{\frac{4}{9}} , \sqrt[3]{\frac{36}{25}}$$

(٢) أجد قيمة كلٍّ من الآتي:

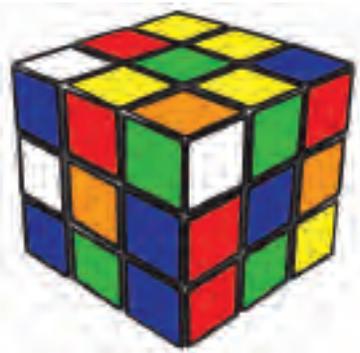
$$\sqrt[3]{\frac{3}{8}} , \sqrt[3]{1,008} , \sqrt[3]{\frac{8}{125}} , \sqrt[3]{15 \times 15 \times 15}$$

(٣) أكمل الأنماط الآتية:

(أ) $\frac{1}{9}$ ، $\frac{1}{16}$ ، $\frac{1}{25}$ ، _____ ، _____ ، _____ .

(ب) $\sqrt[3]{8}$ ، $\sqrt[3]{27}$ ، $\sqrt[3]{64}$ ، _____ ، _____ ، _____ .

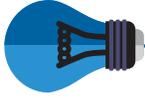
(ج) صفر، $(\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{4})$ ، $(\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{9})$ ، _____ ، _____ ، _____ .



(٤) ضمم مكعب (روبك*)، بحيث يكون حجمه

$\frac{729}{8}$ سم^٣، فما طول ضلع هذا المكعب؟

* هو مكعب ثلاثي الأبعاد يتكون من ستة أوجه وعلى كل وجه تسع ملصقات ملونة بستة ألوان. ويوفر نشاط ذهني يهدف الى إعادة ترتيب الألوان بحيث يظهر لون واحد فقط على كل وجه من أوجه المكعب.



٣-١ مقارنة الأعداد النسبية



نشاط ١:

من الحقوق الأساسية للأفراد عدم حرمانهم من جنسيتهم، يعيش حوالي ٤٤٪ من الفلسطينيين لاجئين في الدول العربية، وفي الوقت ذاته، فإن من بين كل ٢١ مقيماً في دولة فلسطين ٩ لاجئين فلسطينيين. أوضح أيهما أكثر، نسبة اللاجئين الفلسطينيين في دولة فلسطين، أم نسبتهم في الدول العربية؟

$$\text{نسبة اللاجئين الفلسطينيين في الدول العربية} = \frac{44}{100} = 0,44$$

$$\text{نسبة اللاجئين الفلسطينيين داخل فلسطين تقريباً} = \frac{9}{21} = 0,428$$

وبما أن $0,428 < 0,44$ ، فإن نسبة اللاجئين الفلسطينيين في الدول العربية أكثر من ...



نشاط ٢:

أكمل مقارنة كل زوج من الأعداد الآتية، وأفسر إجابتني:

$$\text{أ) } \frac{3}{4} ، \frac{5}{7} \quad \text{ب) } \frac{3}{4} ، \frac{5}{8} \quad \text{ج) } 2,54 ، 2,45$$

$$\text{أ) } \frac{3}{4} > \frac{5}{7} \quad ; \quad \text{لأن } \dots$$

$$\text{ب) } \frac{3}{4} = \frac{\dots \times 3}{\dots \times 4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{ومنها } \frac{3}{4} \square \frac{5}{8}$$

$$\text{ج) } 2,54 \square 2,45 \quad ; \quad \text{لأن } \dots$$

أناقش طرُقاً أخرى لإجراء عملية المقارنة بين عددين نسبيين.



نشاط ٣:

تدخل أخشاب شجر الزيتون والحمضيات في تصنيع التحف والهدايا، أعلن محلان تجاريان عن عرضين تشجيعيين لزبائنهما في صنف معين، يُمنح المحل الأول بموجبه خصماً للزبون بنسبة $\frac{2}{35}$ ، فيما يمنح المحل الثاني خصماً بنسبة $\frac{3}{50}$. أي العرضين تنصح به الزبائن؟

حسب العرض الثاني:

$$\frac{3}{50} = \text{نسبة الخصم}$$

$$\frac{\dots \times 3}{7 \times 50} =$$

$$\frac{\dots}{350} =$$

حسب العرض الأول:

$$\frac{2}{35} = \text{نسبة الخصم}$$

$$\frac{\dots \times 2}{10 \times 35} =$$

$$\frac{\dots}{350} =$$

لذلك أنصح الزبائن بالعرض



نشاط ٤:

أرتب الأعداد الآتية تصاعدياً: ١,٧٥ ، $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ، $\sqrt{\frac{5}{4}}$

$$\sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\dots =$$

$$1,5 =$$

ومنها يصبح الترتيب التصاعدي لهذه الأعداد: $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ، ... ، ... ،



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ:

(١) أَضَعُ الإِشَارَةَ الْمُنَاسِبَةَ (> أَوْ < أَوْ =) فِي □ فِيمَا يَأْتِي، وَأُوضِّحُ السَّبَبَ:

(ب) $\frac{4}{11} \square \frac{3}{8}$

(أ) $\frac{3}{2} \square \sqrt[3]{\frac{9}{64}}$

(د) $\frac{4}{9} \square \overline{0,4}$

(ج) $0,24 \square \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$

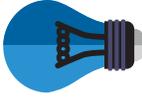
(هـ) $1,77 \square 1\frac{9}{16}$

(٢) أَرْتَّبُ الأَعْدَادَ الآتِيَةَ تَرْتِيبًا تَنَازُلِيًّا:

١ ، - $2\frac{1}{4}$ ، صفر ، $\frac{3}{4}$ ، - ١,٧٥

(٣) أَكْتُبُ عَدَدًا نَسِيبًا، مَحْصُورًا بَيْنَ $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$

(٤) يَرِيدُ شَرِيفٌ تَغْطِيَةَ الْوَجْهِ الْعُلُويِّ لِخَزَانِ مَكْعَبِ الشَّكْلِ، حَجْمُهُ $\frac{27}{8}$ م^٣ ، بِاسْتِخْدَامِ صَفِيحَةٍ رَقِيقَةٍ مَرْبُوعَةِ الشَّكْلِ، مِسَاحَةُ سَطْحِهَا $\frac{36}{25}$ م^٢، فَهَلْ سَيَتِمَكَّنُ شَرِيفٌ مِنْ ذَلِكَ؟ أَوْضِّحْ إِجَابَتِي.



٤-١ جمع الأعداد النسبية وطرحها



نشاط ١:



يبلغ ارتفاع جبل الجرمق في الجليل الأعلى ١,٢٠٨ كيلومتر، بينما يبلغ ارتفاع جبل كنعان قرب صفد ٠,٩٣٦ كيلومتر، فكم يزيد ارتفاع جبل الجرمق عن ارتفاع جبل كنعان.

الزيادة في ارتفاع جبل الجرمق عن جبل كنعان = ١,٢٠٨ - ٠,٩٣٦ = ... كيلومتر، فهل يمكن إيجاد هذا الفرق بطريقة أخرى؟



نشاط ٢:

تريد لى قراءة قصة خلال ثلاثة أيام، فقررت قراءة ثلث القصة في اليوم الأول، وقراءة خمس القصة في اليوم الثاني، فما مقدار ما ستقرأه لى خلال أول يومين؟

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \text{مقدار ما ستقرأه لى خلال أول يومين}$$

$$\frac{\dots \times 2}{\dots \times 5} + \frac{\dots \times 1}{\dots \times 3} =$$

$$\frac{11}{15} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \text{وهو عدد } \dots$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \text{أو مقدار ما ستقرأه لى}$$

$$\frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \text{لماذا؟}$$

$$\dots = \text{وهو عدد } \dots \text{ (ماذا تلاحظ)؟}$$

أتعلم: - عملية الجمع مغلقة* على ن (مجموع عددين نسبيين عدد نسبي).
- عملية الجمع تبديلية على ن (أ + ب = ب + أ).



* لكل أ، ب ∃ ن فإن أ + ب ∃ ن

ألاحظُ أنّ $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{2 \times 3 + 5 \times 1}{5 \times 3}$ ، وبشكلٍ عامٍّ يمكنُ جمعُ عددينِ نسبيينِ، وفقاً للقاعدة الآتية:

$$\text{لكل } \frac{أ}{ب}، \frac{ج}{د} \exists ن، \text{ فإن } \frac{أد + ب ج}{ب د} = \frac{ج}{د} + \frac{أ}{ب}$$



نشاط ٣:

أكمل ما يأتي، وأجد ناتج الجمع:

$$\frac{\dots \times 7 + \dots \times 2}{\dots \times 7} = \frac{3}{5} + \frac{2}{7} \quad (1)$$

$$\frac{\dots + \dots}{\dots} =$$

$$\frac{\dots}{\dots} =$$

$$\frac{4}{10} + \frac{7}{3} = 0,4 + \frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\dots + 70}{\dots \times 3} = \text{لماذا؟}$$

$$\dots =$$



نشاط ٤:

أكمل، وألاحظ:

$$1,2 = 0,3 + \dots = 0,3 + (0,4 + 0,5) = 0,3 + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right)$$

$$\dots = \dots + \dots = (0,3 + 0,4) + 0,5 = \left(0,3 + \frac{2}{5}\right) + \frac{1}{2}$$

أتعلم: عملية الجمع تجميعية على ن.



أفكر: هل يوجد عنصر محايد في عملية الجمع على ن؟





نشاط ٥:

أكمل الجدول الآتي:

النظير الجمعي للعدد + العدد	العدد + النظير الجمعي للعدد	نظيره الجمعي	العدد
$٠ = ٤ + ٤ -$	$٠ = ٤ - + ٤$	$٤ -$	٤
$..... = +$	$٠ = ٠,٢٥ - + ٠,٢٥$	$٠,٢٥ -$	$٠,٢٥$
$..... = +$	$٠ = \frac{٢}{٥} + \frac{٢-}{٥}$	$\frac{٢}{٥}$	$\frac{٢-}{٥}$
$..... = +$	$..... = +$	$٠,٢ -$	$٠,٢$

أتعلم: لكل عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يوجد نظير جمعي هو العدد $-\frac{أ}{ب}$ بحيث أن

$$٠ = \frac{أ}{ب} + \frac{أ-}{ب} = \frac{أ-}{ب} + \frac{أ}{ب}$$



نشاط ٦:

الاحظ عملية الطرح الآتية، ثم أكمل:

$$\frac{٥-٢}{٧} = \frac{٥}{٧} - \frac{٢}{٧} \quad (أ)$$

$$\frac{٣-}{٧} = \quad , \text{ وهو عددٌ نسبيّ.}$$

$$\frac{١}{٤} - \frac{٣}{٢} = \frac{١}{٤} - ١,٥ \quad (ب)$$

$$\frac{١}{٤} - \frac{٣}{٤} =$$

$$..... = \frac{٣}{٤} , \text{ وهو عددٌ }$$

أفكر: هل يمكن إيجاد الناتج بطريقةٍ أخرى؟



أتعلم: عملية الطرح مغلقة على ن.



يمكنُ طرحُ أيِّ عددينِ نسبيينِ، وَفَقاً للقاعدةِ الآتيةِ:

$$\text{لكل } \frac{أ}{ب}، \frac{ج}{د} \ni ن، \text{ فإن } \frac{أ}{ب} - \frac{ج}{د} = \frac{أد - ب ج}{ب د}$$



نشاط ٧:

في سباقٍ لذوي الاحتياجاتِ الخاصَّةِ، قطعَ خالدٌ في ساعةٍ واحدةٍ $1\frac{1}{4}$ كم، بينما قطعَ سعيدٌ $\frac{4}{5}$ كم في ساعةٍ واحدةٍ، ما المسافةُ التي قطعها خالدٌ زيادةً عن المسافةِ التي قطعها سعيدٌ؟

$$\text{المسافةُ التي قطعها خالدٌ زيادةً عن سعيد} = \frac{4}{5} - 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{2} =$$

$$\frac{\dots - \dots}{10} =$$

$$= \dots \text{ كم}$$



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ:

(١) أجدُ النَّاتِجَ لِكُلِّ مِنَ الْآتِيَةِ: (أ) $١,٣ + ٢ \frac{٧}{١٠}$ (ب) $\sqrt{٠,٠١} - \frac{٢}{٣}$
(ج) $١١ - + ٧ -$ (د) $\frac{٣}{٥} - \frac{٢}{٣}$



(٢) حدّد الاتّحادُ الدّوليّ لكرة القدم (الفيفا) قياساتِ ملعبِ كرة القدم، بحيثُ يتراوحُ طولُهُ ما بين ١٠٠,٥ و ١١٨,٨ متراً، فيما يتراوحُ عرضُهُ ما بين ٤٥,٧ و ٩١,٤ متراً، بينما يبلغُ ارتفاعُ المرمى بقائمينٍ لِكُلِّ منهما ٢,٤٤ متراً، فيما يبلغُ عَرْضُ العارضةِ الأفقيّةِ ٧,٣٢ متراً. أجدُ كُلاًّ مِنَ الْآتِي:

(أ) كم متراً يزيدُ عرضُ العارضةِ عن ارتفاعِ القائم؟

(ب) ما أكبرُ طولٍ ممكنٍ لمحيطٍ ملعبٍ يُبنى ضمنَ مواصفاتِ (الفيفا)؟

(٣) أوضّحْ بمثالٍ عدديّ أنّ عمليّةَ الطّرحِ ليست تبديليّةً على ن.

(٤) أوضّحْ بمثالٍ عدديّ أنّ عمليّةَ الطّرحِ ليست تجميعيّةً على ن.

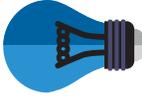
(٥) ما محيطُ مثلثٍ أطوالُ أضلاعِهِ على التّرتيبِ: ٢,٥ سم ، ٤,٢٥ سم ، $\sqrt{\frac{٨١}{١٦}}$ سم؟

(٦) أجدُ ناتجَ كُلِّ مِنَ الْآتِيَةِ: (أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٤} - ٣$ (ب) $٣ + \frac{١}{٤} + ٢,٢٥$

(٧) تبرّعَ طلبةُ الصّفِّ الأوّلِ لمشروعِ خيريّ بمبلغٍ $\frac{١}{٤}$ ديناراً، وتبرّعَ طلبةُ الصّفِّ الثّاني بمبلغٍ $\frac{١}{٤}$ ديناراً، فيما تبرّعَ طلبةُ الصّفِّ الثّالثِ بمبلغٍ ٢٢ ديناراً. أجدُ:

(أ) مجموعَ ما تبرّعَ به طلبةُ الصّفوفِ الثّلاثِ.

(ب) الفرقَ بينَ ما تبرّعَ به طلبةُ الصّفِّ الأوّلِ والثّاني.



٥-١ ضرب الأعداد النسبية وقسمتها



نشاط ١:



يعيش طائر الحجل (الشنار) في فلسطين، ويألف المناطق المغطاة بالأعشاب والشجيرات ويتواجد في المناطق الجبلية الوعرة نسبياً، وتضع الأنثى البيض، وتقوم بحراسته في موسم التكاثر. تأمل الشكل المجاور، وعلى اعتبار أن كتلة أي بيضة حجل تساوي ٠,٠٣ كغم، ما كتلة جميع البيضات في العش؟

$$\text{كتلة البيضات} = \text{عدد البيضات} \times \text{كتلة البيضة}$$

$$\dots \times \dots =$$

$$= ٠,٢٧ \text{ كغم، وهو عدد نسبي.}$$

وبطريقة أخرى كتلة البيضات = عدد البيضات \times كتلة البيضة

$$= ٩ \times \frac{٣}{١٠٠} = \frac{٣ \times ٩}{١٠٠} = ٠,٢٧ \text{ كغم، وهو عدد} \dots$$

أتعلم: عملية الضرب مغلقة* على ن.



ولضرب أي عددين نسبيين، يمكن استخدام القاعدة الآتية:

$$\text{لكل } \frac{أ}{ب}، \frac{ج}{د} \ni ن، \text{ فإن } \frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} = \frac{أ \times ج}{ب \times د}$$

أفسر: معتمداً على القاعدة عملية الضرب تبديلية على ن.

$$\text{لكل } أ، ب \ni ن \text{ فإن } أ \times ب \ni ن^*$$



نشاط ٢:

حديقةً مستطيلة الشكل، طولها $3\frac{1}{2}$ م، وعرضها $2\frac{1}{4}$ م، أجد مساحتها.

مساحة الحديقة = الطول \times العرض

$$2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} =$$

$$\frac{\dots}{\dots} \times \frac{7}{2} =$$

$$\frac{\dots \times 7}{\dots \times 2} =$$

$$2\text{ م} \frac{\dots}{\dots} =$$



نشاط ٣:

أكمل ناتج الضرب لكل من الآتية:

$$\frac{\dots \times 2}{\dots \times 3} = \frac{7}{8} \times \frac{2}{3} \quad (\text{أ})$$

$$\frac{\dots}{\dots} =$$

$$\text{ب) } 0,4 \times \frac{9}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{10} \text{ لماذا؟}$$

$$\frac{\dots}{\dots} =$$

ج) أجد ناتج الضرب في الفرع (ب)، بتحويل المسألة لضرب عددين عشريين.



نشاط ٤:

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{2} \times \frac{12}{50} = \frac{3}{2} \times \left(\frac{4}{10} \times \frac{3}{5} \right) \text{ أكمّل لأجد:}$$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{12}{20} \times \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{10} \right) \times \frac{3}{5} \text{ (ماذا تلاحظ؟)}$$

أتعلم: عملية الضرب تجميعية على ن.





نشاطه:

أكْمِلْ عمليّات الضرب الآتية:

$$٦- = ٦- \times ١ ، \quad ٦- = ١ \times ٦-$$

$$\dots = ٢,٩ \times ١ ، \quad ٢,٩ = ١ \times ٢,٩$$

$$\dots = ١ \frac{٤}{٧} \times ١ ، \quad ١ \frac{٤}{٧} = ١ \times ١ \frac{٤}{٧}$$

(ماذا تلاحظ؟)

أَتَعَلَّم: العدد (١) هُوَ العنصرُ المحايدُ في عمليّة ضرب الأعداد النسيبيّة ن.



تعريف: لأيّ عددٍ نسبيّ $\frac{أ}{ب}$ ، $أ \neq ٠$ يوجدُ نظيرٌ ضربيّ هو العدد $\frac{ب}{أ}$



نشاطه:

أَكْمِلْ الجدولَ الآتي:

العدد	العدد بالصورة $\frac{أ}{ب}$	النظير الضربي للعدد
٤	$\frac{٤}{١}$	$\frac{١}{٤}$
$\frac{٣-}{٥}$	$\frac{٣-}{٥}$	$\frac{٥-}{٣}$
١,٥	$\frac{٣}{٢}$	
	$\frac{٧}{٢}$	
$\sqrt[٧]{\frac{١}{٩}}$		

أَفَكِّر: ما حاصل ضرب العدد النسبيّ بنظيره الضربيّ؟





نشاط ٧:

يحتاج الطفل يومياً ما معدّله $1\frac{2}{5}$ لتراً من الماء، فكم لتراً من الماء يحتاج الطفل في ٣٠ يوماً؟
أكمل، وأناقش حلّ كلّ من ميس ورامي:

حلّ رامي:

$$1\frac{2}{5} \times 30 = \text{حاجة الطفل}$$

$$\frac{7}{5} \times 30 =$$

$$\frac{210}{5} =$$

$$\dots = \text{لتراً}$$

حلّ ميس:

$$1\frac{2}{5} \times 30 = \text{حاجة الطفل}$$

$$(1 + \frac{2}{5}) 30 =$$

$$1 \times 30 + \frac{2}{5} \times 30 =$$

$$\dots = \dots + \dots = \text{لتراً}$$

أتعلم: يمكن توزيع الضرب على الجمع في مجموعة الأعداد النسيية ن.



نشاط ٨:

تريد علا شراء حلوى بمبلغ $\frac{1}{2}$ ديناراً، فإذا كان سعر القطعة الواحدة $\frac{1}{4}$ دينار، ما عدد القطع التي تستطيع علا شراءها بهذا المبلغ؟

$$\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \text{عدد القطع}$$

$$\frac{11}{2} \times \frac{1}{4} = \text{(لماذا؟)}$$

$$\dots =$$

$$\dots = \text{قطعة حلوى.}$$



أَتَعَلَّمُ: يمكن قسمة أي عددين نسبيين اعتماداً على القاعدة الآتية:

$$\text{لكل } \frac{أ}{ب} ، \frac{ج}{د} \in \mathbb{N} ، ج \neq 0 ، \text{ فإن } \frac{أ}{ب} \div \frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{ج}$$



نشاط ٩:

أُكْمِلُ حَلَّ كُلِّ مِّنَ الْآتِيَةِ:

$$\text{(أ) } \frac{٥}{٤} \times \frac{١}{٣} = \frac{٤}{٥} \div \frac{١}{٣}$$

$$\dots =$$

$$\text{(ب) } \frac{١}{٤} \div \frac{١٧}{٨} = \frac{١}{٤} \div ٢ \frac{١}{٨} \text{ (لماذا؟)}$$

$$\text{(لماذا؟) } ٤ \times \frac{١٧}{٨} =$$

$$\dots =$$

$$\text{(ج) } ٣ \times ١,٥ = \frac{١}{٣} \div ١,٥$$

$$\dots =$$

(د) اقترح طريقةً أخرى لإكمال الحل في الفرع ج.



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أجدُ ناتجَ ما يأتي :

(أ) $2,5 \times \frac{4}{5}$

(ج) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{9}$

(٢) أجدُ كلاً ممَّا يأتي :

(أ) النظير الضربي للعدد $\frac{2}{7}$

(ب) (النظير الضربي للعدد $\frac{5}{4}$) + ١

(ج) $\frac{1}{4} \times (\frac{7}{8}$ النظير الضربي للعدد

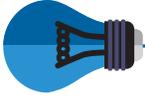
(٣) إذا كان ثمن اللتر من زيت الزيتون $\frac{1}{4}$ ديناراً، فما ثمن تنكة زيت سعتها ١٥,٥ لتراً؟

(٤) عمارة سكنية، ارتفاعها ١٤ متراً، مكوّنة من عدّة طوابق، ارتفاع كلّ منها ٢,٨ متر، ما عدد طوابق العمارة؟

(٥) أبينُ بمثالٍ عدديّ:

(أ) عملية القسمة ليست تبديليّة على ن.

(ب) عملية القسمة ليست تجميعيّة على ن.



٦-١ العدد غير النسبي

نشاط ١:



جسم الإنسان مبني بتقسيماته الأساسية، وأبعاده الخارجية في توازن مدهش. وجدت رؤية نسبة البعد بين مرفق يدها وطرف الإصبع الأوسط،

والبالغ ٣٩,٥ سم إلى البعد بين راس يدها ومرفقها، والبالغ ٢٤,٥ سم، فماذا تساوي هذه النسبة تقريباً؟

النسبة المشار إليها تقريباً = $\frac{39.5}{24.5} = \dots$ وهل هذه النسبة مجرد صدفة.

النسبة الذهبية (→ ١,٦١٨٠٣٣٩٨٨٧٤٩٨٩٥) هي عدد عشري غير منتهٍ وغير دوري فهي ليست عدداً نسبياً؛ وتنتج من رسم قطعة مستقيمة، كما في الشكل الآتي وتجزئتها، بحيث تكون نسبة أ إلى ب تساوي نسبة ب إلى ج، وتساوي هذه النسبة.



تعريف: يُسمى العدد الذي لا يمكن كتابته على الصورة $\frac{أ}{ب}$ ، أ، ب، \exists ص، ب $\neq ٠$ عدداً غير نسبي. ويُرمز لمجموعة الأعداد غير النسبية بالرمز \mathbb{N} .



نشاط ٢:



أكمل كلاً من الآتية:

(أ) العدد → ٢,١٢٢٣١٢٢٢٣١ عدد غير نسبي محصور بين ٢ ، ٢,٢ * (لماذا؟)

(ب) العدد غير نسبي محصور بين ٥,٦ ، ٥,٧

(ج) العدد غير نسبي محصور بين ٣,٨ ، ٣,٩

* يميز العدد العشري غير النسبي بوضع → على يمين الفاصلة العشرية.

ملاحظات

- إذا كان ج عدداً نسبياً موجباً، ج ليس مربعاً كاملاً، فإن $\sqrt{ج}$ عدد غير نسبيّ ، وبالمثل، إذا كان ج عدداً نسبياً وكان ج ليس مكعباً كاملاً فإن $\sqrt[3]{ج}$ عدد غير نسبيّ*.
- العدد $\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ عدد غير نسبيّ لأن الجزء العشريّ في ناتج الجمع غير منته وغير دوريّ.
- وبالمثل فإن أي عدد بالصورة (أ + ب) ، $\exists \text{ ن و ب } \exists \text{ ن}$ هو غير نسبيّ.
- النسبة التقريبية π (هي نسبة محيط الدائرة إلى قطرها) وهي عدد غير نسبيّ.
- ك π عدد غير نسبي لكل $\exists \text{ ن، ك } \neq \text{ صفر}$.
- النسبة الذهبية عدد غير نسبيّ.



نشاط ٣:

أكمل: أيّ الآتية عدد غير نسبيّ، وأوضّح السبب.

$$\sqrt{10}, \sqrt{0,25}, \sqrt[3]{25}, \pi^3$$

الحلّ: $\sqrt{10}$ غير نسبيّ؛ لأنّ 10 ليست مربعاً كاملاً في ن.

$\sqrt{0,25}$ نسبيّ؛ لأنّ 0,25 مربع للعدد ...

$\sqrt[3]{25}$ غير نسبيّ؛ لأنّ 25 ليست مكعباً كاملاً.

π^3 غير نسبيّ؛ لأنه ...

يمكن أحياناً كتابة الجذور التربيعية بصورة أبسط، اعتماداً على التعريف الآتي:

تعريف: إذا كانت أ، ب أعداداً غير سالبة، فإن:

$$\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أب}$$



* تسمى هذه الجذور بالجذور الصماء.



نشاط ٤:

أكتبُ بأبسط صورة كلاً مما يأتي: $\sqrt{44}$ ، $\sqrt{45}$

$$\dots = \sqrt{11} \times \sqrt{4} = \sqrt{11 \times 4} = \sqrt{44}$$

$$\dots = \sqrt{\dots} \times \sqrt{\dots} = \sqrt{\dots \times \dots} = \sqrt{45}$$

يمكن تبسيط الجذور التكعيبيّة باستخدام التعريف الآتي:

تعريف: لأيّ عددين أ، ب، فإن $\sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{ب} = \sqrt[3]{أب}$



نشاط ٥:

أكتبُ بأبسط صورة كلاً من الآتية: $\sqrt[3]{40}$ ، $\sqrt[3]{81}$

$$\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{40} \quad (\text{لماذا؟})$$

..... =

$$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{81} \quad (\text{لماذا؟})$$

..... =

مثال ١:



أرادت سنا رسم مثلث أطوال أضلاعه بالسنتيمتر ٢، ٢، $\sqrt{7}$ ، فهل تتمكن من ذلك؟
تعلّم أنّهُ في المثلث يكون مجموع طولي أيّ ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث، ولذلك

يكفي أن نبيّن أنّ $4 < \sqrt{7}$.

بما أنّ $16 < 7$ ، فإنّ $4 < \sqrt{7}$ (لماذا؟)

أي أنّهُ يمكن لِسنا رسم مثلث بهذه الأطوال.

تعلّم أنّ بعضَ الجذور غيرُ نسبيّة، فهل يمكن إيجاد قيم تقريبيّة مناسبة لهذه الجذور؟

مثال ٢:



أعطي قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{44}$

العدد $\sqrt{44}$ غير نسبي؛ لأن 44 ليس مربعاً كاملاً، ولتقريب قيمة $\sqrt{44}$ ، نحدّد مربعين كاملين يقع بينهما العدد 44 ، وهذان العددان هما 36 ، 49

$36 < 44 < 49$ ، وهذا يعني أنّ:

$$\sqrt{36} < \sqrt{44} < \sqrt{49} \text{ ومنها } 6 < \sqrt{44} < 7$$

ولذلك يمكن اختيار أي عدد يقع بين العددين 6 ، 7 ، مثل الأعداد: $6,1$ ، $6,2$ ، $6,8$ قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{44}$



نشاط ٦:

اشترط منظّمو سباق دراجات هوائية ألا يقلّ قُطر عَجَل دراجة المتسابق المشارك في الجولة الأولى عن 34 سم، فهل تستطيع رؤى المشاركة بدراجتها التي يبلغ محيط إطار عَجَلها $\pi \sqrt{1100}$ سم.

$$\text{محيط العَجَل} = \pi \sqrt{1100} = \pi \text{ أي أن } \pi \sqrt{1100} = \pi$$

ومنها $\sqrt{1100} = 34$ ، أبحث عن أول مربع كامل يزيد عن 1100

$$34^2 > 1100 \text{ (لماذا؟)}$$

$$\text{أي أن } \sqrt{1100} > 34 \text{ (لماذا؟)}$$

ولذلك فإنّ رؤى

أفكر بطريقة أخرى للحلّ



مثال ٣:



أعطي قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{20}$

الحل: لتقريب قيمة $\sqrt[3]{20}$ ، نحدّد مكعبين كاملين يقع بينهما العدد 20 ، وهذان العددان هما 8 ، 27 ، ونلاحظ أنّ $8 < 20 < 27$ ، وهذا يعني أنّ $\sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{20} < \sqrt[3]{27}$ ومنها:

$2 < \sqrt[3]{20} < 3$ ، ولذلك يمكن اختيار أي عدد يقع بين العددين 2 ، 3 ، مثل الأعداد: $2,1$ ، $2,6$ ،

قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{20}$



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أَيُّ الْآتِيَةِ عَدْدٌ غَيْرُ نَسْبِيٍّ؟ أَوْضِّحْ إِجَابَتِي .

$$٠,٢٥٢٢٥٢٢٢٥ \rightarrow \sqrt[٣]{\frac{١}{٦٤}}, \sqrt[٣]{٠,٤}, \sqrt[٣]{٢٧}$$

(٢) أَكْتُبْ بِأَبْسَطِ صُورَةٍ كُلًّا مِنْ: $\sqrt[٣]{٦٣}$ ، $\sqrt[٣]{٥٦}$

(٣) أَعْطِي قِيَمَةَ تَقْرِيْبِيَّةً لِكُلِّ مِنَ الْعَدَدَيْنِ الْآتِيَيْنِ:

(أ) $\sqrt[٣]{٧٠}$

(ب) $\sqrt[٣]{٨٠}$

(٤) أَكْتُبْ ثَلَاثَةَ أَعْدَادٍ غَيْرِ نَسْبِيَّةٍ، يَقَعُ كُلُّ مِنْهَا بَيْنَ الْعَدَدَيْنِ ٥ ، ٦ .

(٥) أَجِدْ الْعَدَدَ التَّالِيَّ فِي النَّمْطِ، مَوْضِعًا السَّبَبِ:

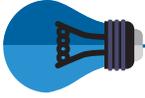
(أ) $\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٣}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٨}$ ، ...

(ب) ١ ، $\sqrt[٣]{٣}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$ ، ...

(ج) $\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt[٣]{٨}$ ، $\sqrt[٣]{١٨}$ ، $\sqrt[٣]{٣٢}$ ، ...

(٦) أَرَادَ مِهْنَدِسٌ تَصْمِيمَ خَزَانٍ مَكْعَبِ الشَّكْلِ، بَحِيْثٌ يَتَّسِعُ لـ ٢٠٠ م^٣، أَجِدْ قِيَمَةَ تَقْرِيْبِيَّةً

مُنَاسِبَةً لَطَوْلِ حَرْفِ هَذَا الْخَزَانِ؟



٧-١ العمليات على الأعداد غير النسبية



نشاط ١:

تُستخرجُ الأملاحُ من البحر الميِّت، من خلال عمليَّات الترسيب في بركٍ على شاطئ البحر، فإذا تمَّ ترسيب الأملاح في بركتَيْنِ قاعدتيهما مربَّعتَي الشكل، أطوال أضلاعهما على الترتيب: 200 م ، 450 م ، فما مجموع طولي ضلعي هاتين البركتَيْنِ؟

$$\text{مجموع طولي ضلعي البركتَيْنِ} = 200\text{ م} + \dots$$

$$\text{وكذلك مجموع طولي الضلعين} = 450\text{ م} + \dots$$

أناقش: هل يمكن كتابة المجموع بصورة أبسط؟



نشاط ٢:

صنع حسن لوحتي إشارات مرورية دائرية، وأراد تثبيتها من الخلف بقطعة حديد تصل بين مركزيهما، كما يبيِّن الشكل المجاور، نصف قطر الأولى 20 م وحدة، ونصف قطر الثانية 45 م وحدة، أجد طول الخطِّ الواصل بين مركزيهما؟

$$\text{طول الخط} = 20\text{ م} + 45\text{ م}$$

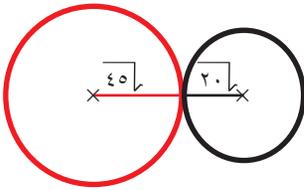
$$= 5 \times 9\text{ م} + 5 \times 4\text{ م}$$

$$= \dots + \dots = 5\text{ م وحدة.}$$

$$\text{أيضاً طول الخط} = 20\text{ م} + 45\text{ م}$$

$$= \dots + \dots =$$

$$= \dots \text{ وحدة. ماذا تلاحظ؟}$$



أتعلَّم: عملية الجمع تبديلية على \mathbb{N} .





نشاط ٣:

أكمل إيجاد الآتي باستخدام الآلة الحاسبة:

$$1,4142135 \rightarrow = \sqrt{2}$$

$$\dots = \sqrt{8}$$

$$\dots = \sqrt{10}$$

هل $\sqrt{10} = \sqrt{8} + \sqrt{2}$ ؟



نشاط ٤:

أجدُ بأبسط صورة قيمة المقدار $(\sqrt{20} + 5) - (\sqrt{5} + 3)$

$$\sqrt{20} - 5 - \sqrt{5} + 3 = (\sqrt{20} + 5) - (\sqrt{5} + 3)$$

$$(\sqrt{20} - \sqrt{5}) + (5 - 3) = \text{(لماذا؟)}$$

$$\sqrt{5 \times 4} - \sqrt{5} + \dots =$$

$$\sqrt{5} \cdot 2 - \sqrt{5} + 2 = \text{(لماذا؟)}$$

$$\dots - 2 =$$



نشاطه:

ما مساحة صالة رياضية مستطيلة الشكل، طولها $(\sqrt{3} + 20)$ م، وعرضها $(\sqrt{3} - 20)$ م؟

$$\text{مساحة الصالة} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$(\sqrt{3} - 20)(\sqrt{3} + 20) =$$

$$\sqrt{3} - \times \sqrt{3} + 20 \times \sqrt{3} + \sqrt{3} - \times 20 + 20 \times 20 =$$

$$\dots - \sqrt{3} 20 + \sqrt{3} 20 - 400 =$$

$$\dots - \dots =$$

$$= 397 \text{ م}^2 \text{ (لماذا؟)}$$

أتعلم: عملية الضرب ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبية.



نشاطه:

أبين أن $(\sqrt{10} \times \sqrt{5}) \times \sqrt{2} = \sqrt{10} \times (\sqrt{5} \times \sqrt{2})$.

$$\sqrt{10} \times \sqrt{10} = \sqrt{10} \times (\sqrt{5} \times \sqrt{2})$$

$$10 = \dots \text{ (لماذا؟)}$$

$$\sqrt{50} \times \sqrt{2} = (\sqrt{10} \times \sqrt{5}) \times \sqrt{2}$$

$$\dots = \dots =$$

أتعلم: عملية الضرب تجميعية على مجموعة الأعداد غير النسبية، وأن لكل

$$أ، ب، ج أعداد غير سالبة فإن $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} \times \sqrt{ج} = \sqrt{أ ب ج}$$$





تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أجدُ قيمة الآتي بأبسط صورة:

$$أ) \quad \sqrt{6} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$$

$$ب) \quad \sqrt{2} + \sqrt{12} + \sqrt{8} + \sqrt{5} + \sqrt{27}$$

(٢) ما محيط مستطيل، أبعاده بالمتري:

$$(\sqrt{5} + \sqrt{8}) ، (\sqrt{2} - \sqrt{20})$$

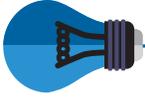
(٣) أُبَيِّنُ بِمَثَالٍ عَدَدِيَّ كَلًّا مِنَ الْآتِيَةِ:

أ) عملية الجمع ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبية.

ب) عملية الطرح ليست مغلقة على مجموعة الأعداد غير النسبية.

ج) عملية الطرح ليست تبديلية على مجموعة الأعداد غير النسبية.

$$٤) \quad \text{أُبَيِّنُ بِمَثَالٍ عَدَدِيَّ أَنَّ } \sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b}$$



٨-١ تمارين عامة

١) أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

١) أيُّ الآتية يمثِّل عدداً غير نسبيِّ؟

أ) $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4}$ (ب) $3,14$ (ج) $1,6$ (د) $\sqrt{8}$

٢) أيُّ الآتية تُعدُّ عبارة خاطئة؟

- أ) يمكن أن يكونَ مجموعُ عددينِ غيرِ نسبيينِ عدداً غيرَ نسبيِّ.
ب) يمكن أن يكونَ مجموعُ عددينِ غيرِ نسبيينِ عدداً نسبياً.
ج) يمكن أن يكونَ الفرقُ بينِ عددينِ غيرِ نسبيينِ عدداً غيرَ نسبيِّ.
د) يمكن أن يكونَ مجموعُ عددينِ نسبيينِ عدداً غيرَ نسبيِّ.

٣) أيُّ الآتية يمثِّل ترتيباً تصاعدياً؟

أ) $0,74$ ، $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ ، $\sqrt{\frac{4}{9}}$ (ب) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ ، $0,74$ ، $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$

ج) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ ، $\sqrt{\frac{4}{9}}$ ، $0,74$ (د) $0,74$ ، $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ ، $\sqrt{\frac{4}{9}}$

٤) ما قيمة $\sqrt[2]{18} - \sqrt{8}$ ؟

أ) 10 - (ب) 4 - (ج) $\sqrt[2]{4}$ (د) 10 -

٥) أيُّ من الآتية عبارة خاطئة؟

أ) $\frac{1}{3} < \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ (ب) $1,4 = \frac{12}{5}$ (ج) $\frac{4}{9} > \frac{3}{7}$ (د) $0,4 > \frac{3}{7}$

٢) أُبيِّنُ أيُّ الآتية عدد نسبيِّ، وأُوضِّحُ السبب:

$0,26$ ، $\sqrt[2]{20}$ ، $(\sqrt[2]{20} \times \sqrt[2]{20})$ ، $\sqrt[2]{\frac{1}{4}}$ ، $\sqrt[3]{11}$

٣) أجدُ كلاً من الآتي: أ) النّظير الضّرّي للعدد $\frac{7}{3}$ ب) النّظير الجمعيّ للعدد $\frac{7}{3}$

٤) أجدُ قيمة كُلِّ من الآتية:

أ) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} - \frac{5}{3}$ ب) $\sqrt{5} \times \sqrt{2,5} \times \sqrt{2}$

ج) $\frac{2}{5} \div 1\frac{5}{3}$ د) $\frac{3}{5} + \frac{2}{9}$

هـ) $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$

٥) امتد خرطوم ماء في أرض زراعية لري محصولي الجزر والقرع بطريقة التنقيط، فكان طولُ الجزء الخاص بالجزر $\sqrt{32}$ م، بينما كان طولُ الجزء الخاص بالقرع $1,5\sqrt{8}$ م. أكتبُ طولَ الخرطوم بأبسط صورة.

٦) وزّعتُ مديرةُ مدرسةٍ شهاداتٍ تقديرٍ على الطلّبة المتفوّقين، ثمنها ٥٧,٥ ديناراً، فما عددُ الطلّبة الذين مُنحوا الشّهادة، علماً أنّ تكلفةَ كلّ شهادةٍ ٢,٥ ديناراً.

٧) إذا كان $2س = ٥,٥$ ، وكان $س + ص = ٢$ ، فما قيمة ص؟

أقيم ذاتي:



أعبر بلغتي عن أهم المهارات التي تعلمتها في هذه الوحدة.



مشروع الوحدة:

يُعد الحق في الحصول على بيئة صحية، ومن المهم لكلّ شخص المحافظة على كتلة مناسبة لجسمه، ولتحديد كتلة مناسبة للجسم، يُستخدم مؤشر مشهور يُسمى مؤشر كتلة الجسم، وتوظيفاً لهذا المؤشر، تُقدّم كلُّ مجموعة بطاقة تعريفيةً بأفرادها، تتضمن أطوالهم بالسنتيمتر، وكتلتهم بالكغم، ومؤشر كتلة الجسم، ثمّ أصف نسبة الطلّبة في المجموعة الذين تُعدُّ كتلتهم مناسبةً على ضوء هذا المؤشر.

<http://faculty.mu.edu.sa/download.php?fid=49637>

<http://iblog.dearbornschools.org/choucair/wp-content/uploads/sites/2165/2016/09/pg.-20-21.pdf>

روابط الكترونية:

الجبر

الوحدة

٢

سهل مرج ابن عامر

أتأمل المنطقة الملونة باللون الأحمر، وأفكرُ بطرقٍ مختلفة لحساب مساحتها.

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف العمليّات على المقادير الجبريّة والتحليل في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

١- إجراء العمليّات الحسابيّة على المقادير الجبريّة.

٢- تحليل المقادير الجبريّة، بإخراج العامل المشترك.

٣- تحليل العبارة التّربيعيّة بعدّة طرق.

٤- حلّ مشكلات حياتيّة، باستخدام الجبر.



١-٢ جمع المقادير الجبرية وطرحها

نشاط ١:



كُوَيْدُ كُرِّ الزَّيْتُونِ غَارِسُهُ لَصَارَ الزَّيْتُ دِمْعاً

يتذبذب إنتاج الزيتون، تبعاً لعدة عوامل، فإذا عبّر بالدينار عن تكلفة إنتاج مزرعة زيتون بالمقدار $(س + ٢٠)$ ، وعبّر بالدينار عن ثمن منتوجها بالمقدار $(س + ٥)$ ، فكيف يمكن حساب ربح هذه المزرعة؟ وماذا أتوقع أن يكون الربح، إذا كانت $س = ٢٠$ شجرة؟

الربح = ثمن البيع - التكلفة

$$= (س + ٥) - (س + ٢٠)$$

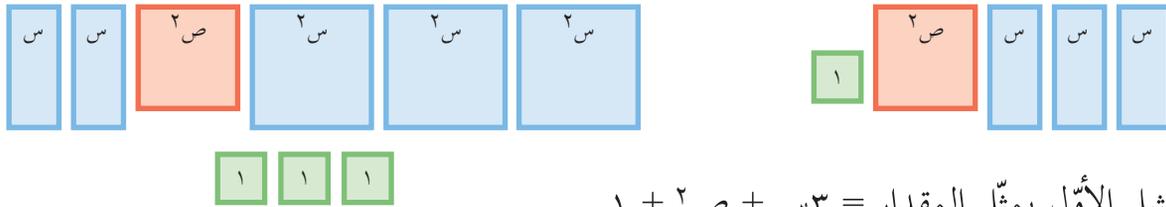
$$= ٤س - ١٥ \text{ (لماذا؟)}$$

إذا كانت $س = ٢٠$ ، فإن الربح $= ٤ \times ٢٠ - ١٥ = \dots$ ديناراً

نشاط ٢:



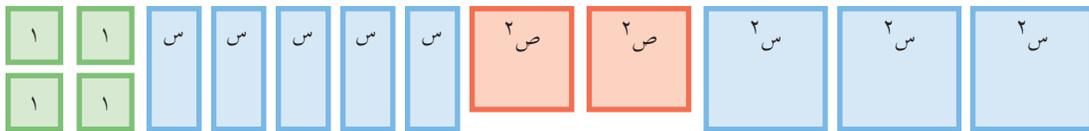
أتأمل التمثيلين الآتيين بالقطع الجبرية لمقدارين جبريين، وأجد مجموعهما:
التمثيل الأول التمثيل الثاني



التمثيل الأول يمثل المقدار $٣س + ٢ص + ١$

التمثيل الثاني يمثل المقدار $٣س + ٢ص + \dots + \dots + \dots$

لدى تجميع القطع الجبرية الممثلة لمجموع المقدارين الجبريين



ألاحظُ أنَّ مجموع المقدارين الجبريين $= ٣س + ٢ص + \dots + ٥س + \dots$

أَتَذَكَّرُ: عند جمع مقدارين جبريين أو طرحهما، تُجمَع معاملات الحدود المتشابهة في المقدارين الجبرية أو تُطْرَح.



نشاط ٣:

أُكْمِلُ إيجاد ناتج الجمع في كلٍّ من الآتية:

$$(١) \quad ٤س + ٧س + ٢ = ١١س + ٢$$

$$(٢) \quad ٢أ + ٣أب + ٢أ٢ + أب = + ٤أب$$

$$(٣) \quad م + ٣(٥ن - م) = م + ١٥ن - =$$

$$(٤) \quad ٢ب + ٣(أ + ١) - ٢(ب - ٣) = أ + ٢ب + ٣ + أ٣ + ب٢ - ٣ + ٢ب - ٦ \quad (\text{لماذا؟})$$

$$= + ٤أ$$

$$(٥) \quad (٥س٢ + ٣س + ٤) + (٥س٢ + ٥س - ٦) = + +$$



نشاط ٤:

مُثَلَّت مساحة صفيحة معدنية بالمقدار $(٣ص٢ + ٣ص + ٢)$ ، فإذا قُطِعَ منها جزءٌ مساحته $(٢ص + ٢ص)$ ، أَكْتُبُ المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة القطعة المتبقية من الصفيحة.

المساحة المتبقية = مساحة الصفيحة - مساحة الجزء الذي قُطِعَ منها

$$= (٣ص٢ + ٣ص + ٢) - (٢ص + ٢ص)$$

$$= + + ٢ص٢ =$$



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أجدُ ناتج ما يأتي في أبسط صورة:

(أ) $(3^2 - 2أب + 3) + (أ٥ + ٢ + أب - ٦)$

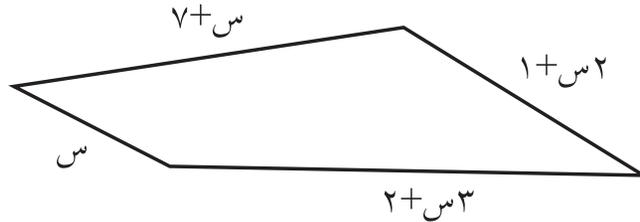
(ب) $(-ص٢ + ٥ص - ٦) + (٥ + ٣ص - ٢ص٢)$

(ج) $(٣ - ٢س - ٢س٢) + (١ - ٢س + ٣س٢) - (٥ + ٣س - ٢س٩)$

(٢) عددان صحيحان، يزيد الثاني منهما عن الأول بمقدار $(٢س + ١)$ ، فإذا كان الأول

$(٥س - ٢)$ ، أعبّر عن العدد الثاني بمقدار جبري، ثم أجد مجموع العددين.

(٣) حديقة على الشكل الآتي، يراد أحاطتها بسيياج، فما طول السياج بأبسط صورة:



(٤) ما المقدار الجبري الذي يجب طرحه من المقدار الجبري $(٣س - ٣س٣ + ٢س٣ + ٥)$

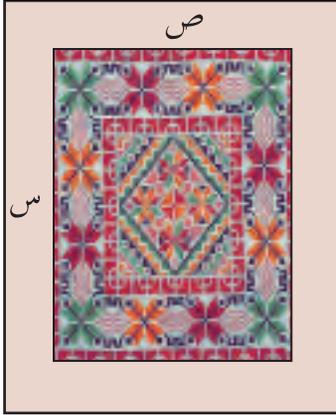
ليكون الناتج $(٢س - ٢)$ ؟



٢-٢ ضرب المقادير الجبرية



نشاط ١:



تقوم جمعيّة نسويّة بتصميم معلّقات من مطرّزات مستطيلة الشكل، بحيث يحيط بكلّ منها شريطٌ نحاسيٌّ عرضه ٥ سم كما في الشكل المجاور، فما مساحة معلّقة صمّمتها الجمعيّة؟

طول المعلّقة = طول المطرّزة + طول الشريط من الأعلى والأسفل

$$= \text{س} + ١٠ \text{ سم}$$

$$\text{عرض المعلّقة} = \text{عرض المطرّزة} + ١٠ \text{ (لماذا؟)}$$

$$= \text{ص} + ١٠ \text{ سم}$$

$$\text{ومنها مساحة المعلّقة} = \text{طولها} \times \text{عرضها}$$

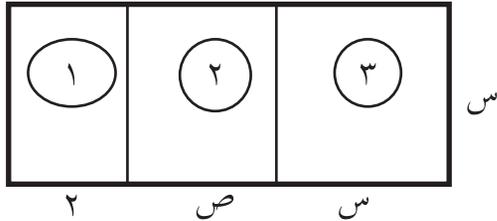
$$= (\text{س} + ١٠)(\text{ص} + ١٠) \text{ سم}^2$$

فهل يمكن التعبير عن هذه المساحة بصورة أخرى؟



نشاط ٢:

تريد شركة إعلانات تغطية لوحة إعلانات بلوح زجاجي شفاف، مكون من ثلاث قطع، فما



مساحة هذا اللوح الزجاجي؟

أرسم مخططاً للوحة، وأرقيم القطع الثلاث

بالأرقام ١، ٢، ٣، كما في الشكل المجاور.

أتأمل المخطط، ثم أكمل الجدول الآتي:

عرض اللوحة = ، طول اللوحة =

مساحة اللوحة = $\text{س}(\text{س} + \text{ص} + ٢)$ (لماذا؟)

أيضاً مساحة اللوحة = مجموع مساحات القطع الثلاث

$$= \text{س}^2 + \text{س} \text{ص} + ٢ \text{س}$$

$\text{س}(\text{س} + \text{ص} + ٢) = \text{س}^2 + \text{س} \text{ص} + ٢ \text{س}$ (لماذا؟)

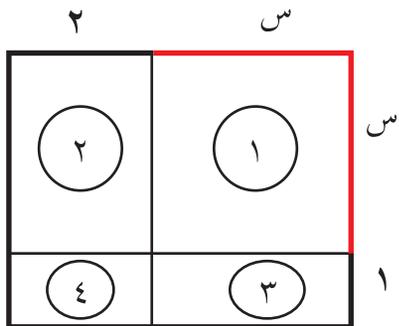
رقم القطعة	طولها	عرضها	مساحتها
١	س	٢	٢س
٢	س	ص	سص
٣	س	س	س ^٢

أندكر: عند ضرب حدّ جبريّ في مقدار جبريّ، تستخدم خاصيّة توزيع الضرب على الجمع، وبالرموز أ(ب + ج) = أب + أج، ومن الممكن استخدام هذه الخاصيّة لأيّ عدد من الحدود.



نشاط ٣:

أستخدم الأشكال الهندسيّة لإيجاد مساحة المستطيل الذي طوله (س + ٢)، وعرضه (س + ١).
أرسم مستطيلاً بالأبعاد المطلوبة كما في الشكل المجاور.



مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$(س + ٢)(س + ١) =$$

ألاحظ أنّ المستطيل مكوّن من أربعة مستطيلات،

أرقمها بالأرقام ١، ٢، ٣، ٤، ثمّ أحسب مساحتها:

مساحة المستطيل الأوّل = س × س = س^٢

مساحة المستطيل الثّاني = س × ٢ =

مساحة المستطيل الثّالث = س × ١ =

مساحة المستطيل الرّابع = ١ × ٢ =

مجموع مساحات المستطيلات الأربعة = س^٢ + ٢س + س + ٢ = + +

$$س^٢ + ٣س + ٢ =$$

ألاحظ أنّ: (س + ٢) (س + ١) = (س + ١)س + (س + ١)٢ (لماذا؟)

$$س^٢ + ٢س + س + ٢ =$$

$$س^٢ + ٣س + ٢ =$$

أتعلّم: عند ضرب مقدارين جبريين على الصّورة (أ + ب) (ج + د)، تُستخدم خاصيّة توزيع الضرب على الجمع؛ أي أنّ:



$$(أ + ب) (ج + د) = أ(ج + د) + ب(ج + د).$$



نشاط ٤:

أجدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

$$(1) \quad 3(s^2 - 1) + s(s - 5) + 3 - 2s^3 = (1 - s)(s - 5) + (1 - 2s^3) \quad (\text{لماذا؟})$$

..... =

$$(2) \quad 2^2(a + b) = 2^2a + 2^2b \quad (\text{لماذا؟})$$

$$..... + 2^3b =$$

$$(3) \quad (3 + l)(m + 3) = (3 + l)m + (3 + l)3$$

$$= (15 + 2lm + 3l + 9) + (..... +)$$



نشاط ٥:

أستخدم الأشكال الهندسيّة لإيجاد مساحة مربع، طول ضلعه (س + ٣).

أرسم مربعاً، وأحدّد أبعاده كما في الشكل المجاور،

مساحة المربع = (طول الضلع)^٢

$$= (س + ٣)^٢$$

ألاحظُ أنّ المربع يتكوّن من أربعة مستطيلات:

مساحة المستطيل الأوّل = س^٢

مساحة المستطيل الثاني = س^٣

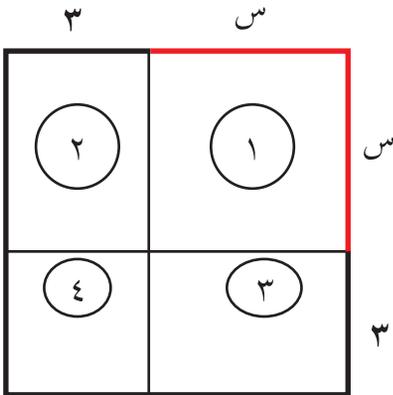
مساحة المستطيل الثالث = ...

مساحة المستطيل الرابع =

مساحة المربع = مجموع مساحات المستطيلات الأربعة

$$\text{أي أن } (س + ٣)^٢ = ٢س + ٣س + ٣س + ٩$$

$$= ٢س + ٦س + ٩، ألاحظُ أنّ ٦س = ٢ × س × ٣$$





أَتَعَلَّم: مفكوك مربع مجموع حدّين = مربع الحدّ الأوّل + ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربع الحدّ الثاني
 الثاني + مربع الحدّ الثاني، وبالرموز: $(أ + ب)^٢ = أ^٢ + ٢أب + ب^٢$

يُكْتَب مربع الفرق بين الحدّين أ، ب بالصورة $(أ - ب)^٢$ ، ويمكن بيان أنّ:
 $(أ - ب)^٢ = أ^٢ - ٢أب + ب^٢$ ، وبالکلمات:

مفكوك مربع الفرق بين حدّين = مربع الحدّ الأوّل - ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربع الحدّ الثاني

أَفْکَر: كيف يُمَثَّل (س - ٢)^٢ هندسيّاً؟



نشاط ٦:

أَكْمِلُ إيجاد مفكوك كلٍّ من الآتية:

$$(١) \quad (س + ١)^٢ = \text{مربع الحدّ الأوّل} + ٢ \times \text{الحدّ الأوّل} \times \text{الحدّ الثاني} + \text{مربع الحدّ الثاني}$$

$$= ١ + ١ \times س \times ٢ + س^٢ =$$

$$= ١ + ٢س + س^٢ =$$

$$(٢) \quad ٢٢ + (٢)(س)٢ + (س٢)^٢ = ٢(٢ + س٢)$$

$$= ٢٢ + ٤س + ٤س^٢ =$$

$$(٣) \quad ٢(٣) + (٣)(س)٢ - س^٢ = ٢(٣ - س)$$

$$= ٦ + ٦س - س^٢ =$$

$$(٤) \quad ٢(٢) + (٢)(س)٢ - (س)^٢ = ٢(س - ٢)$$

$$= ٤ + ٤س - س^٢ =$$

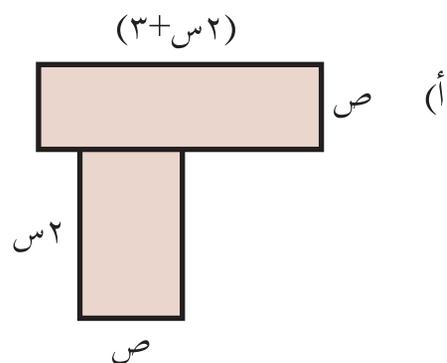
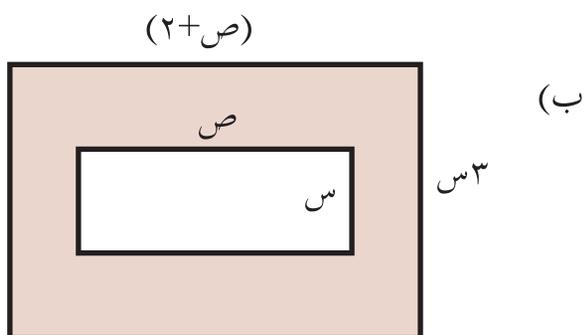
أَفْکَر: هل $(س - ٥)^٢ = (س - ٥)$ ؟ أفسّر إجابتي.





تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أكتب التعبير الجبري الذي يمثل مساحة المنطقة المظللة بأبسط صورة في كلِّ ممَّا يأتي:



(٢) أجد ما يأتي بأبسط صورة:

(أ) $(س + ٢) (س + ٣)$

(ب) $س ص (س٣ + ٤ص + ١)$

(ج) $٢(س + ص)$

(د) $٢(س٣ - ص)$

(٣) أكتب ناتج ضرب المقدارين $(٢ + ف٣)$ ، $(٢ - ف٣)$ ، وأجد قيمة ناتج الضرب عندما $ف = ٤$

(٤) إذا كانت $(أ + ب) = ٨$ ، $أ + ٢ب = ٤٠$ ، فما قيمة كلِّ من:

(أ) $٢(أ + ب)$ (ب) $أب$ (ج) $٢(أ - ب)$

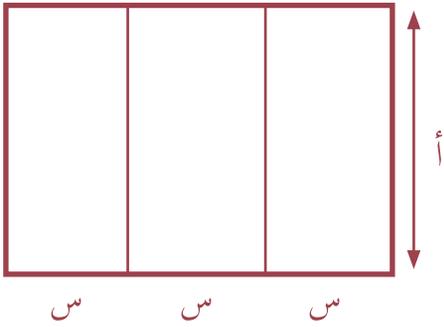


٣-٢ تحليل المقادير الجبرية بإخراج العامل المشترك



نشاط ١:

يشتهر شمال فلسطين بالزراعة، ولتحقيق مردودات أعلى، يلجأ المزارعون لتقسيم الأراضي وزراعتها على مراحل. فإذا قُسمت مزرعة مستطيلة الشكل، مساحتها بالمترب (٣س + ٩س) إلى ثلاثة أجزاء مستطيلة الشكل، ومتساوية المساحة، وكان عرض الجزء الواحد منها بالمترب يساوي (س)، فما عرض قطعة الأرض هذه بدلالة س؟



أرسّم رسماً توضيحياً، كما في الشكل المجاور،

طول قطعة الأرض = ... متراً (لماذا؟)

عرض قطعة الأرض = أ متراً

مساحة قطعة الأرض = ٣س × أ متراً (لماذا؟)

ومنها عرض قطعة الأرض (أ) = س + ٣ متراً (أوضح السبب)

تُسمى عملية كتابة المقدار الجبري على صورة حاصل ضرب عوامله التحليل إلى العوامل، وهي عملية معاكسة لعملية ضرب الحدود الجبرية.



نشاط ٢:

أكمل تحليل المقادير الجبرية الآتية إلى عواملها:

$$(١) \quad ٦٨٨ + ٦٨$$

$$٦٨٨ = ٦٨ \times ٣ + ٦٨ \quad \text{ألاحظ أن ع.م.أ للحددين (٦٨، ٦٨٨) = ٦٨}$$

$$٦٨٨ + ٦٨ = ٦٨ \times ٣ + ٦٨$$

$$\text{ومنها: } ٦٨٨ + ٦٨ = ٦٨(٣ + ١)$$

$$(٢) \quad ١٦٨س + ١٦٨ص = ١٦٨ \times ٢ + ١٦٨ \times ٧ = ١٦٨(٢ + ٧) \quad \text{ص}$$

$$\text{إذن: } ١٦٨س + ١٦٨ص = ١٦٨(٢ + ٧) \quad \text{(لماذا؟)}$$

$$(٣) \quad ٨(٣ - ٤) - ٨(٣ - ٤)$$

$$\text{(لماذا؟)} \quad ٨(٣ - ٤) - ٨(٣ - ٤) = ٨(٣ - ٤) - ٨(٣ - ٤)$$



أَتَعَلَّم: يمكن تحليل بعض المقادير الجبرية عن طريق تجميع الحدود، ثم إخراج العوامل المشتركة.



نشاط ٣:

أكمل تحليل المقدار الجبري الآتي إلى عوامله الأولية:

$$(أس - أص + ب س - ب ص) = (أس - ص) + (ب س - ب ص)$$

$$= (س - أ) (أ + ب ...)$$

ويمكن تحليل المقدار السابق كالتالي:

$$(أس - أص) + (ب س - ب ص) = (أس + ب س) + (-أص - ب ص) \quad (\text{لماذا؟})$$

$$= س(أ + ب) - ص(أ + ب)$$

$$= (أ + ب)(س - ...) \quad (\text{لماذا؟})$$



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أُحَلِّلُ المقادير الآتية إلى عواملها:

(أ) $١٤أ + ٢١أب + ٢$

(ب) $(١ + أ)(٢ - أ) - (١ + أ)(٤ - أ)$

(ج) $٥س - ٤٠ص + ٢$

(٢) أُحَلِّلُ المقادير الآتية إلى عواملها الأولية:

(أ) $٤ + ٢ص + ٢س + ٢ص$

(ب) $١٢ + ٨ص - ٣س - ٢س$

(ج) $٢٠ه + ٤ب + ١٠أ + ٢ب$

(٣) مساحة مستطيل بالمتري المربع تساوي $٣س + ٥س$ ، فما طول هذا المستطيل، إذا كان عرضه يساوي $س$ متراً؟

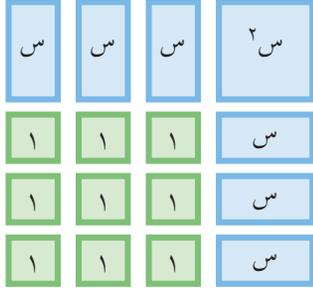
(٤) أُحَلِّلُ المقدار الجبري الآتي بأبسط صورة إلى عوامله الأولية:

$$٣ + ٢س + ٣س + ٣$$



نشاط ٣:

أُمَثِّلُ العبارة التَّربيعيَّة (س^٢ + ٦س + ٩)، باستخدام القِطَع الجبريَّة:
أُرَتِّبُ القِطَع، كما في الشكل المجاور:



مساحة المربَّع الناتج = (طول الضِّلَع)^٢ = (س + ٣)^٢
مجموع المساحات المكوِّنة للمربَّع = س^٢ + ٦س + ٩ + ...
لذلك: (س + ٣)^٢ = س^٢ + ٦س + ٩

أَتَعَلَّم: تُسَمَّى العبارة التَّربيعيَّة المكتوبة بالصُّورة س^٢ ± ٢دس + د^٢ مربَّعاً كاملاً،
ويكون تحليلها بالصُّورة (س ± د)(س ± د) = (س ± د)^٢.



نشاط ٤:

أُكْمِلُ الآتي بتحليل العبارات التَّربيعيَّة المعطاة إلى عواملها:

$$(١) \quad س٢ + ١٠س + ٢٥ = (س)٢ + ٢ \times ٥ \times س + (٥)٢ = (س + ٥)(س + ٥)$$

$$= (.....)٢$$

$$(٢) \quad س٢ - ٨س + ١٦ = (س)٢ - ٢ \times ٤ \times س + (٤)٢ = (س - ٤)(س - ٤)$$

$$= (..... - س)٢$$

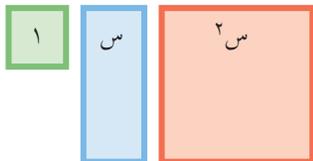
$$(٣) \quad ٤س٢ - ٢٠س + ٢٥ = (٢س)٢ - ٢ \times ٥ \times س + (٥)٢ = (٢س - ٥)(٢س - ٥)$$

$$= (..... - ٢س)(..... - ٢س)$$

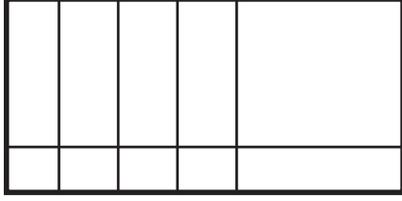


نشاط ٥:

تُمَثِّلُ العبارة (س^٢ + ٥س + ٤) مساحة مستطيل، فما طول هذا المستطيل وعرضه؟



أُسْتَخْدِمُ القِطَع الجبريَّة الآتية في تمثيل مساحة المستطيل:



أرتَّبُ القِطْعَ الجبريَّة، فيتكون المستطيل المجاور:
الأحظُّ أنَّ:

طول المستطيل = (س + ٤) ، وعرض المستطيل = (س + ١)
مساحة المستطيل = الطول × العرض

أي أنَّ س^٢ + ٥س + ٤ = (س + ٤)(س + ١)
الأحظُّ أنَّ الحدَّ ٤ هو حاصل ٤ × ١، وأنَّ الحدَّ ٥ هو ٤ + ١ ...

أتعلَّم: لتحليل العبارة التربيعة المكتوبة بالصورة س^٢ + ب س + ج، يتم إيجاد عددين م، ن، بحيث ب = م + ن، ج = م × ن
فيكون تحليل العبارة س^٢ + ب س + ج على الصورة (س + م)(س + ن)



نشاط ٦:

أكمل الآتي بتحليل العبارات التربيعة إلى عواملها الأولية:

$$(١) \quad س^٢ + ٧س + ١٠$$

$$\text{الأحظُّ أنَّ: ج = ١٠ = ٥ × ٢}$$

$$ب = ٧ = ٥ + ٢$$

$$\text{إذن: } س^٢ + ٧س + ١٠ = (س + ٥)(س + ٢)$$

$$(٢) \quad س^٢ - ٤س + ٣ = (س - ٣)(س - ١)$$

$$(٣) \quad س^٢ - ١١س + ١٨ = (س - ٩)(س - ٢)$$

$$(٤) \quad ص^٢ - ١٦ص + ٦٣ = (ص - ٧)(ص - ٩)$$

الأحظُّ أنَّه إذا كانت إشارة ج موجبة، فإنَّ م، ن متشابهين في الإشارة، وتكون إشارتهما تَبَعاً لإشارة ب.



نشاط ٧:

أكمل الآتي بتحليل العبارات التربيعة إلى عواملها الأولية:

$$(١) \quad س^٢ + ٢س - ٣$$

$$\text{الأحظُّ أنَّ: ج = -٣ = -١ × ٣ ، ب = ٢ = -١ + ٣}$$

$$\text{ومنها: } س^٢ + ٢س - ٣ = (س + ٣)(س - ١)$$

$$(2) \text{ س } 2 - 10 - 24$$

$$\text{ألاحظُ أنّ: } 2 \times 12 - = 24 - = \text{ج}$$

$$2 + 12 - = 10 - = \text{ب}$$

$$\text{ومنها: س } 2 - 10 - 24 = (2 + \text{س})(\text{س} - \dots)$$

$$(3) \text{ س } 2 + 4 - 5 = (\text{س} + \dots)(\text{س} - \dots)$$

ألاحظُ أنّه إذا كانت إشارة ج سالبة، فإنّ م، ن مختلفان في الإشارة، وتتبع إشارة الأكبر منهما إشارة ب.



نشاط ٨:

أكملُ تحليل العبارات التربيعية إلى عواملها الأولية:

$$(1) \quad \left. \begin{array}{l} 3\text{س}^2 - 16\text{س} + 21 \\ \text{عوامل الحد } 3\text{س}^2 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 7- \\ 3- \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 3\text{س} \\ \text{س} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \text{عوامل الحد } 21 \\ \text{عوامل الحد } 3\text{س}^2 \end{array} \right\}$$

ب = $9\text{س} - + 7\text{س} = \dots$ (لماذا؟)

$$\text{ومنها: } 3\text{س}^2 - 16\text{س} + 21 = (3 - \text{س})(7 - 3\text{س})$$

$$(2) \quad 2\text{س}^2 + 7\text{س} - 22 = (2 - \text{س})(11 + 2\text{س})$$

$$(3) \quad 6\text{ص}^2 - 19\text{ص} + 10 = (3\text{ص} - \dots)(2\text{ص} - \dots)$$

أناقش: تحليل العبارة $3\text{س}^2 - 16\text{س} + 21$ الآتي:



$$(1) \quad \text{أضرب الحد الثابت بمعامل س } 2 \text{ فينتج المقدار: } 3\text{س}^2 - 16\text{س} + 63$$

$$(2) \quad \text{أحلل المقدار السابق فينتج أن: } 3\text{س}^2 - 16\text{س} + 63 = (9 - \text{س})(7 - \text{س})$$

$$(3) \quad \text{أقسم الثوابت في التحليل السابق على معامل س } 2 \text{ فينتج:}$$

$$\frac{(7 - 3\text{س})(3 - \text{س})}{3} = \left(\frac{7}{3} - \text{س}\right) \left(\frac{9}{3} - \text{س}\right)$$

$$(4) \quad \text{أضرب المقدار المحلل السابق بمعامل س } 2 \text{ فيكون الناتج هو التحليل المطلوب أي أن:}$$

$$3\text{س}^2 - 16\text{س} + 21 = (7 - 3\text{س})(3 - \text{س})$$



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أُحَلِّلُ العَبَارَاتِ التَّرْبِيعِيَّةَ الآتِيَةَ إِلَى عَوَامِلِهَا الْأُولَى:

أ) $س^2 - ١٤س + ٢٤$

ب) $٩س^2 - ٦س + ٢ص$

ج) $٦ص^2 + ١١ص - ١٠$

د) $س^2 - س + \frac{١}{٤}$

(٢) أَكْتُبُ تَعْبِيرًا جَبْرِيًّا يُمَثِّلُ مَحِيطَ لَوْحِ خَلَايَا شَمْسِيَّةٍ مُسْتَطِيلَةٍ الشَّكْلِ،
مِسَاحَتِهَا $(س^2 + ٢٤س - ٨١)$.

(٣) مَا قِيمُ كِ الَّتِي تَجْعَلُ تَحْلِيلَ العَبَارَاتِ التَّرْبِيعِيَّةِ الآتِيَةِ صَحِيحًا:

أ) $س^2 + ٢ك - س - ١٩ = (س - ١٩)(س + ١)$

ب) $س^2 + ٢ك + س + ١٤ = (س - ٢)(س - ٧)$



٥-٢ تحليل الفرق بين مربعين

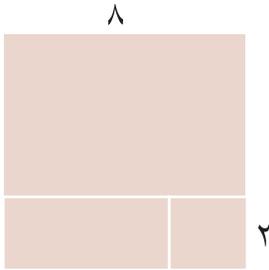


نشاط ١:

دّمّر جدار الضم والتوسع مساحاتٍ واسعةً من الأراضي الزراعيّة الفلسطينيّة وسلّبها. يمتلك مزارعٌ أرضاً زراعيّةً مربّعةً، طول ضلعها ٢٣م، اقتطع منها الجدارُ قطعةً مربّعةً، طول ضلعها ١٧م. فما مساحة القطعة المتبقّية من أرض المزارع؟

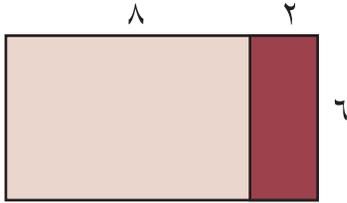
$$\text{مساحة المنطقة المتبقّية} = ٢(٢٣) - ٢(١٧)$$

= ... - ... = ٢م...، وهل يمكن حساب هذه المساحة بطريقة أخرى؟



نشاط ٢:

أخضِرُ قطعةً كرتونٍ مربّعةً، طول ضلعها ٨ سم. أقصُ منها مربّعاً طول ضلعه ٢ سم،



أحسبُ مساحة المنطقة المتبقّية بعد قصّ المربّع، بإعادة تركيب القطع المتبقّية؛ لتكون مستطيلاً، كما في الشكل الآتي:

طول المستطيل الناتج = ١٠ سم، عرضه = ٦ سم (لماذا؟)

ومنها: مساحته = $٦ \times ١٠ = ٦٠$ سم^٢.

الفرق بين مساحتي المربّعين الصّغير والكبير = $٦٤ - \dots$ (لماذا؟)

$$= \dots \text{ سم}^٢$$

أتعلّم: الفرق بين مساحتي مربعين تساوي مساحة مستطيل، طوله (مجموع ضلعي المربعين)، وعرضه الفرق بين طولَي الضلعي المربعين، ويُعبّر عن ذلك بالرموز

$$\text{س}^٢ - \text{ص}^٢ = (\text{س} + \text{ص})(\text{س} - \text{ص}).$$





نشاط ٣:

أكمل تحليل العبارات الآتية:

$$\begin{aligned} (1) \quad & ٥ص - ٢ص = ٢(٥) - ٢(ص) = (٥ - ص)(٥ + ص) \\ (2) \quad & ٥ - ٢س = (٥ - س)(٥ + س) \\ (3) \quad & ١٤٤ - ٢ص٤ = ٢(١٢) - ٢(ص٢) = (١٢ - ٢ص)(١٢ + ٢ص) \\ (4) \quad & ٢٢٥ - ٢ل٩ = (٢٥ - ل٩)(٢٥ + ل٩) \end{aligned}$$



نشاط ٤:

مربعان يزيد طول ضلع الأول عن طول ضلع الثاني وحدة واحدة، وتزيد مساحة الأول عن

مساحة الثاني ٧ وحدات مربعة، فما طول ضلع المربع الأصغر؟

أعتبر أن طول ضلع المربع الأول = س، لذا يكون طول ضلع المربع الثاني = س - ١

مساحة المربع الأول = $س^2$

مساحة المربع الثاني =

مساحة المربع الأول - مساحة المربع الثاني = ٧

$$س^2 - (س - ١)^2 = ٧$$

$$٧ = (س - ١ + س)(س - ١ - س)$$

$$٧ = (١ - س + س)(١ + س - س) \quad \text{(لماذا؟)}$$

$$٧ = (١ - س + س)(١ + س - س) \quad \text{ومنها } ٧ = (١ - س + س)(١ + س - س)$$

$$٧ = (١ - س + س)(١ + س - س) \quad \text{ومنها } ٧ = (١ - س + س)(١ + س - س)$$

$$٧ = (١ - س + س)(١ + س - س) \quad \text{ومنها } ٧ = (١ - س + س)(١ + س - س)$$

أفكر: هل يمكن تحليل مقدار جبري بالصورة $(س^2 + ١)$ ؟ أفسر إجابتي.



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أَكْتُبْ نَاتِجَ مَا يَأْتِي بِأَبْسَطِ صُورَةٍ:

(أ) $(ص - ٩)(٩ + ص)$ (ب) $(١ + ٦س)(١ - ٦س)$

(٢) أَحْلُلُ الْمَقَادِيرَ الْآتِيَةَ:

(أ) $٣٦ - ٢س$

(ب) $٢٥ - ٢ص$

(ج) $٧٢ - ٢س٨$

(٣) أَكْمِلُ الْفَرَائِغَ فِي الْآتِيَةِ:

(أ) $(٨ - \dots)(٨ + \dots) = ٢(\dots) - ٢ص$

(ب) $(٩ + ٢أ)(٩ - ٢أ) = \dots$

(ج) $(\dots + \dots)(\dots - ١٢أ) = ٢ب١٠٠ - ٢أ١٤٤$

(٤) أَجِدْ الْقِيَمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِلْمَقْدَارِ $(٦٧٥) - (٣٢٥)$ بِطَرِيقَتَيْنِ.

(٥) يُرَادُ إِحَاطَةَ حَدِيقَةٍ مَرَبَعَةٍ الشَّكْلِ طُولَ ضَلْعِهَا ١٢ م وَقَطْرُهَا $٢\sqrt{١٢}$ م. بِمَرِّ عَرْضِهِ ٢ م،

فَمَا التَّكْلِفَةُ اللَّازِمَةُ لِتَبْلِيطِ الْمَرِّ عِلْمًا بِأَنَّ تَكْلِفَةَ الْمَرِّ الْمَرَبَعِ الْوَاحِدِ ٥ دَنَانِيرٍ؟



٦-٢ قسمة المقادير الجبرية



نشاط ١:

تُعدّ عملية تجميع مياه الأمطار في برك من الطرق المهمة لاستغلال مياه الأمطار، فإذا عبّر بالمتري المكعب عن كمية الماء في بركة على شكل متوازي مستطيلات بالمقدار $(س^٣ + س^٢)$. فما ارتفاع الماء في البركة، علماً أنّ مساحة قاعدتها $س^٢$ ؟

حجم البركة = مساحة القاعدة \times الارتفاع (لماذا؟)

ومنها: $س^٣ + س^٢ = س^٢(س + ١)$ (لماذا؟)

وبما أنّ مساحة القاعدة = ...، فإنّ ارتفاع الماء = ...، فهل يمكن إيجاد الارتفاع بصورة أخرى؟



نشاط ٢:

أجدُ ناتج القسمة في كلّ ممّا يأتي:

$$(أ) \quad ٥٢ \div (٤٥١٤ + ٢٥٢٦)$$

$$\frac{٤٥١٤}{٥٢} + \frac{٢٥٢٦}{٥٢} = \frac{٤٥١٤ + ٢٥٢٦}{٥٢} = ٥٢ \div (٤٥١٤ + ٢٥٢٦)$$

$$= ٥١٣ + \dots$$

$$(ب) \quad \frac{٤٣٥٩ - ٢٣١٨}{٢٣} = ٢٣ \div (٢٣١٨ - ٤٣٥٩)$$

$$\dots - \dots = \frac{٢٣١٨}{٢٣} - \frac{٤٣٥٩}{٢٣} =$$

عند قسمة مقدار جبري على حدّ جبري لا يساوي صفر، يمكن قسمة كلّ حدّ من حدود المقدار الجبري على هذا الحدّ.



نشاط ٣:

حديقة مستطيلة الشكل، عُبِّرَ عن مساحتها بالمقدار $(س^2 + ١٧س + ٣٠)$ م^٢، وعُبِّرَ عن عرضها بالمقدار $(س + ٢)$ م، فما طول هذه الحديقة؟
مساحة الحديقة = الطول × العرض

ومنها: طول الحديقة = مساحة الحديقة ÷ عرض الحديقة
أُكْمِلُ طول الحديقة = $(س^2 + ١٧س + ٣٠) ÷ (س + ٢)$

$$\frac{(س^2 + ١٧س + ٣٠)}{(س + ٢)} =$$

$$\frac{(\dots)(١٥ + س)}{(س + ٢)} =$$

$$= (س + \dots) \text{ متراً}$$



نشاط ٤:

أَسْتَخْدِمُ التَّحْلِيلَ إِلَى الْعَوَامِلِ فِي إِجَادِ نَوَاتِجِ قِسْمَةِ الْمَقَادِيرِ الْآتِيَةِ:

$$(١) \quad (س^2 + ٥س + ٤) ÷ (س + ١) = (س + ٤)(س + ١) ÷ (س + ١) = \dots$$

$$(٢) \quad (س^2 - ٤) ÷ (س + ٢) = (س - ٢)(س + ٢) ÷ (س + ٢) = \dots$$

$$(٣) \quad (س^3 - ٢س) ÷ (س - ٣) = س(س^2 - ٢) ÷ (س - ٣) = \dots$$



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

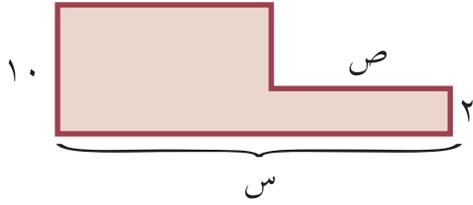
(١) أجدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

أ) $(٢٧٠٠٠٠٠) \div (٩٠٠٠٠)$ ب) $(٣٠٠٠٠٠٠٠ + ٧٠٠٠٠٠ + ١٢٠٠٠) \div (٣٠٠٠٠٠)$

(٢) إذا كان ناتج ضرب حدّين جبريّين هو $-٦٤س٣$ ص ٣ ، وكان الأوّل $١٦س٢$ ، أجدُ الحدّ الثّاني؟

(٣) مساحة حديقة منزلية مستطيلة الشكل $(٣٢س٢ + ٩٦س + ٦٤)$ م^٢، وعرضها $(٤س + ٤)$ م، ما طول تلك الحديقة؟

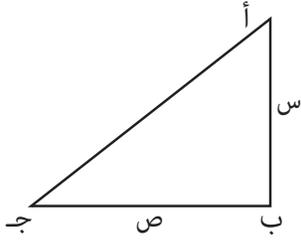
(٤) ما ارتفاع متوازي أضلاع، مساحته $(١٥س٣ - ١٠س٢)$ سم^٢، وطول قاعدته $(٥س٢)$ سم؟



٤) تم حديثاً إنشاء أول ممر بحري يسمح لذوي الاحتياجات الخاصة بالسباحة في البحر على الشكل الآتي، أكتب المقدار الجبري الذي يمثل مساحة المنطقة الملونة.

٥) أعبّر عن المقدار $(١٠٤) \times (٩٦)$ بصورة فرق بين مربعين، ثم أجد قيمته.

٦) إذا كانت قيمة $س^٢ - ص^٢ = ٤٨$ ، وكان $س + ص = ١٦$ ، فما قيمة $س - ص$.



٧) أ ب ج مثلث قائم في ب كما في الشكل المجاور، فإذا كان مجموع ضلعي القائمة ٧ والفرق بينها ١ فما الفرق بين مربعي الضلعي القائمة؟

أقيم ذاتي: أكمل الجدول الآتي:

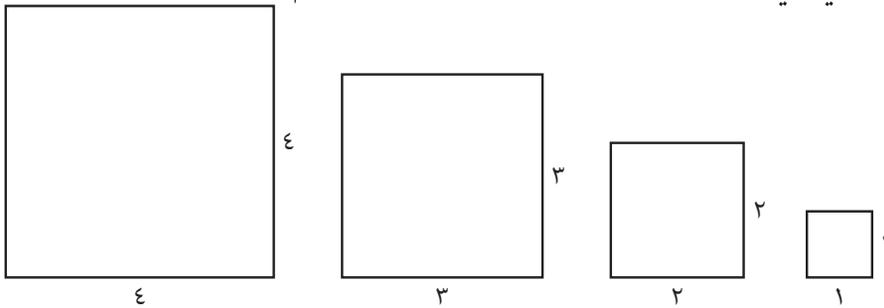


المهارة	مرتفع	متوسط	دون المتوسط
إجراء العمليات الحسابية على المقادير الجبرية.			
تحليل المقادير الجبرية، بإخراج العامل المشترك.			
تحليل العبارة التربيعية بعدة طرق.			
حلّ مشكلات حياتية، باستخدام الجبر.			



مشروع الوحدة:

- أتعاون مع زملائي في تغطية لوحة مستطيلة مساحتها ٣٦ سم^٢ مستخدماً المربعات:



مقدماً ثلاث مقترحات على الأقل وأكتب التعبير الجبري الذي يصلح للتعبير عن كل منها.

<http://www.mathsisfun.com/algebra/factoring.html>

روابط الكترونية:

الهندسة

الوحدة

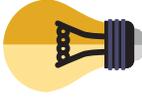
٣



تمتاز العمارة في القدس (عاصمة فلسطين) بملامح فنيّة خاصّة،
أتأمّل الصورة، وأبحث عن التشابه بين الأشكال والمجسّمات
الواردة في الصورة.

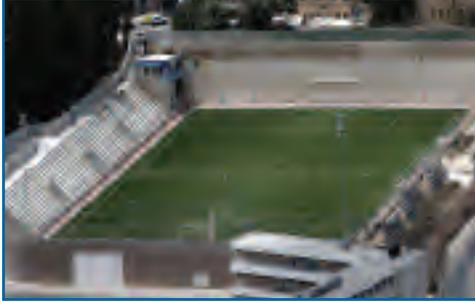
يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف هندسة المثلثات في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

- ١- التعرّف إلى نظريّة فيثاغورس، والتعبير عنها جبرياً وهندسياً.
- ٢- توظيف نظريّة فيثاغورس وعكسها في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.
- ٣- التعرّف إلى مفهوم المثلثات المتطابقة.
- ٤- التعرّف إلى حالات تطابق المثلثات.
- ٥- التعرّف إلى مفهوم المثلثات المتشابهة.
- ٦- التعرّف إلى حالات تشابه المثلثات.
- ٧- توظيف تطابق المثلثات، وتشابه المثلثات في حلّ مشكلاتٍ حياتيّة.

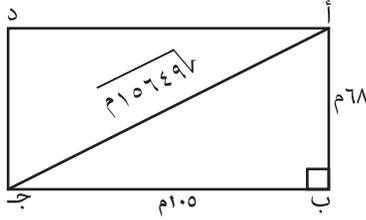


١-٣ نظرية فيثاغورس

نشاط ١:



يُعدُّ ملعبُ بلديةِ نابلسِ أوَّلَ (استاد) كرةِ قدمٍ أُقيمَ في فلسطينَ عامَ ١٩٥٠م، وقد أُعيدَ تأهيلُهُ عامَ ٢٠٠٩م؛ حيثُ أصبحَ طوله ١٠٥م، وعرضُهُ ٦٨م، وقُطرُهُ $\sqrt{10649}$ م، فما العلاقة بين هذه الأبعاد؟



أرسمُ رسماً توضيحياً، كما في الشكل المجاور:

$$\text{مربع الوتر أ ج} = (\text{أ ج})^2 = 10649 \text{ م}^2$$

$$= 10649 \text{ م}^2$$

$$\text{مربع ضلع القائمة أ ب} = (\text{أ ب})^2 = 68^2 =$$

$$= 4624 \text{ م}^2$$

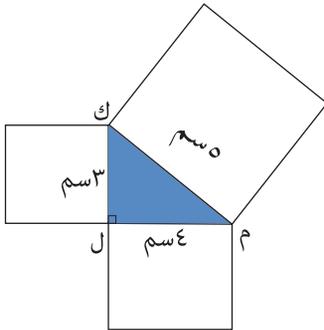
$$\text{مربع ضلع القائمة ب ج} = (\text{ب ج})^2 = 105^2 =$$

$$= 11025 \text{ م}^2$$

$$(\text{أ ب})^2 + (\text{ب ج})^2 = 4624 + 11025 = 15649 \text{ م}^2 \text{ وهو مربع الوتر أ ج.}$$

فهل هناك علاقة تربط طول الوتر بأطوال ضلعي الزاوية القائمة في أيّ مثلث قائم الزاوية؟

نشاط ٢:



أرسم المثلث ك ل م، كما في الشكل المجاور، بحيث:

$$\text{ك ل} = ٣ \text{ سم، ل م} = ٤ \text{ سم، م ك} = ٥ \text{ سم، ثم أكمل:}$$

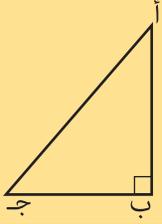
$$\text{مساحة المربع المنشأ على الوتر ك م} = ٥ \times ٥ = 25 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المربع المنشأ على ضلع القائمة ل ك} = ٣ \times ٣ = 9 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المربع المنشأ على ضلع القائمة ل م} = ٤ \times ٤ = 16 \text{ سم}^2$$

$$\text{مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي الزاوية القائمة} = 9 + 16 = 25$$

الاحظ أن:

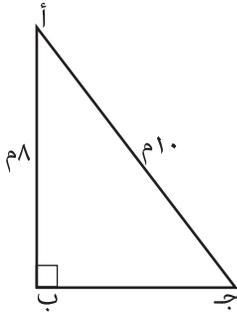


نظريّة فيثاغورس: في المثلث القائم الزاوية تكون مساحة المربع المنشأ على وتر تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على ضلعي الزاوية القائمة؛ أي أن: $(أ ج)^2 = (أ ب)^2 + (ب ج)^2$



نشاط ٣:

يستخدم ضباط الدفاع المدني أدوات مختلفة في إنجاز مهماتهم، وأثناء تنفيذ إحدى المهمات اضطر ضابط لوضع سلم طوله ١٠ م على أرض مستوية بحيث يلامس أعلى السلم قمة بناية ارتفاعها ٨ م، ما البعد بين الطرف السفلي للسلم وأسفل البناية.



أرسم رسماً توضيحياً، كما في الشكل المجاور:

$$(أ ج)^2 = (أ ب)^2 + (ب ج)^2$$

$$(١٠)^2 = (٨)^2 + (ب ج)^2$$

$$١٠٠ = ٦٤ + (ب ج)^2$$

$$(ب ج)^2 = ١٠٠ - ٦٤$$

$$(ب ج)^2 = ٣٦ ، ومنها (ب ج) = ٦$$

بعد السلم عن أسفل البناية = ٦ م



نشاط ٤:

أكمل إيجاد أطوال أضلاع المثلثات الآتية:

$$(أ ك م)^2 = (ك ل م)^2 + (ل م)^2$$

$$٣٣,٦٤ + (٤,٢)^2 = س^2$$

$$٣٣,٦٤ + ١٧,٦٤ = س^2$$

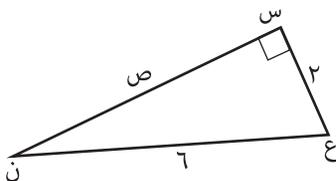
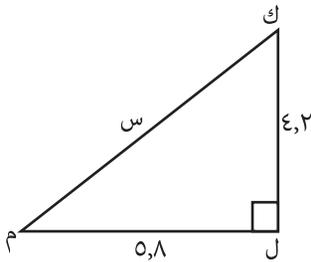
$$س^2 = ٥١,٢٨ \text{ ومنها } س = \sqrt{٥١,٢٨} \text{ وحدة طول}$$

$$(ب ن ع)^2 = (ن ع)^2 + (ع س ن)^2$$

$$٣٦ + (٢)^2 = ص^2$$

$$٣٦ + ٤ = ص^2 \text{ ومنها } ص = \sqrt{٤٠} = ٦,٣٢$$

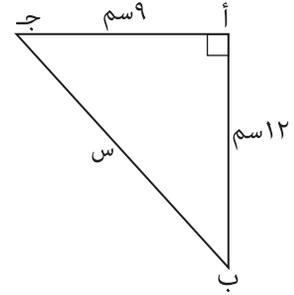
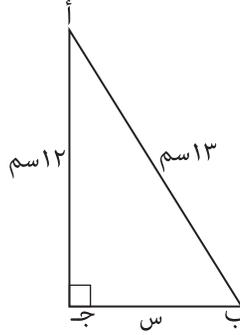
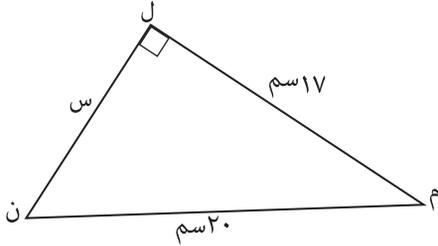
أي أن: $ص = \sqrt{٣٢} \text{ وحدة طول}$



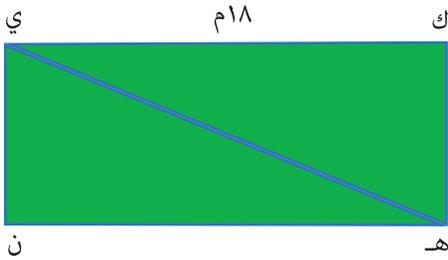


تمارين ومسائل:

(١) أجد قيمة s في كل من المثلثات القائمة الآتية:

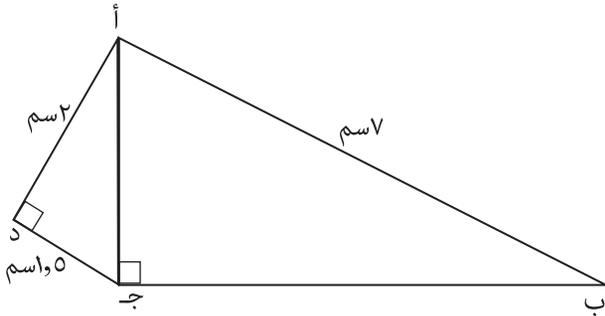


(٢) أحسب محيط المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب، الذي فيه:
أ ب = ١٥ سم، أ ج = ٢٥ سم

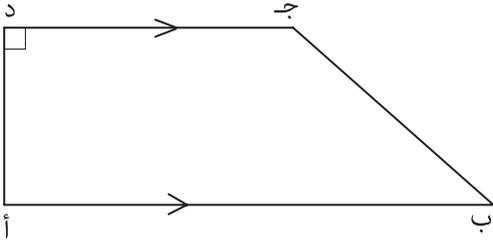


(٣) يوضح الشكل المجاور مخطط حديقة مستطيلة الشكل، طولها ١٨ م، ومساحتها ٢١٦ م^٢، فما طول قُطرها؟

(٤) معتمداً على الشكل المجاور، أجد: ب ج.



(٥) ما طول القطر في مربع طول ضلعه ٩ سم؟



(رسم توضيحي وليس على القياس)

٦) يبين الشكل المجاور شبه المنحرف أ ب ج د القائم الزاوية في د، الذي فيه: أ ب = ٥ سم، أ د = ٢ سم، ج د = ٣ سم. أحسب طول كلٍّ من: أ ج، ب د، ب ج.

٧) تم توصيل نقطة تقع على قمة عمود كهرباء ترتفع ٧ م عن سطح الأرض بسلكٍ كهربائيٍّ مشدود إلى سطح منزل، ارتفاعه ٣ م عن سطح الأرض، فإذا كانت نقطة تثبيت السلك بقمة المنزل تبعد ٣ م عن عمود الكهرباء، فما طول هذا السلك؟

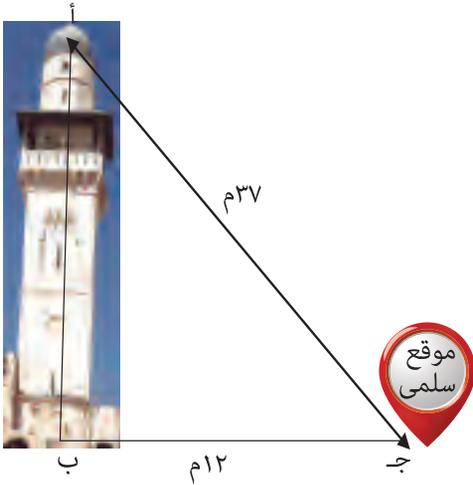


٢-٣ عكس نظرية فيثاغورس



نشاط ١:

تقع مئذنة باب السلسلة فوق الرواق الغربي للمسجد الأقصى المبارك، وتُشرفُ على حائط البراق، ويبلغ ارتفاعها ٣٥ متراً، وقفت سلمى على بعد ١٢ متراً من قاعدة المئذنة، فكانت المسافة بين موقع سلمى وقمة المئذنة ٣٧ متراً كما في الرسم التوضيحي المجاور، فهل يُحقَّقُ المثلث أ ب ج نظرية فيثاغورس؟



مساحة المربع المنشأ على الضلع أ ج = $(أ ج)^2$

ومنها: $(أ ج)^2 = \dots = ١٣٦٩ م^2$ (لماذا؟)

مساحة المربع المنشأ على الضلع أ ب = $(أ ب)^2$

ومنها: $(أ ب)^2 = (٣٥)^2 = ١٢٢٥ م^2$

مساحة المربع المنشأ على الضلع ب ج = $(ب ج)^2$

ومنها: $(ب ج)^2 = (١٢)^2 = ١٤٤ م^2$

$(أ ب)^2 + (ب ج)^2 = ١٢٢٥ + ١٤٤ = ١٣٦٩ م^2$

الأن: $(أ ج)^2 = (أ ب)^2 + (ب ج)^2$

أي أن: المثلث أ ب ج يحقق نظرية فيثاغورس، فهل يكون هذا المثلث قائماً؟



نشاط ٢:

أتأمل المثلثات الآتية، ثم أكمل:

(أ) $(أ ج)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥ سم^2$

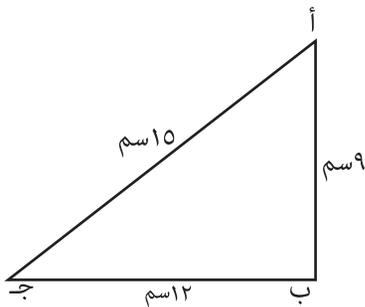
(أ ب)^2 + (ب ج)^2 = (١٢)^2 + (٩)^2 =

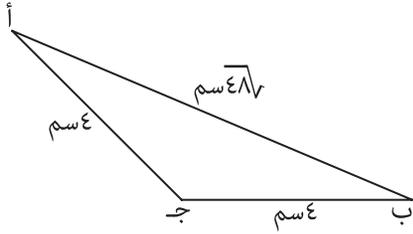
..... + =

..... =

الأن: المثلث قد حقق نظرية فيثاغورس.

أتحقق بالقياس من أن المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب.





$$(ب) \quad (أ ب)^2 = (٠٠٠)^2 = ٤٨٠٠٠٠$$

$$(أ ج)^2 + (ب ج)^2 = ٠٠٠٠ + (٤)^2 = ٣٢٠٠٠٠$$

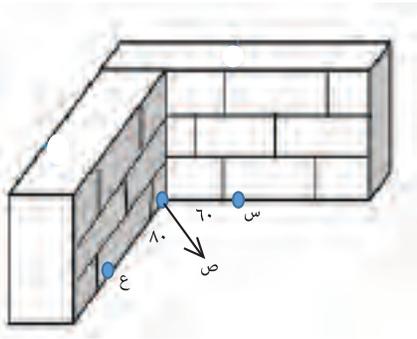
$$(أ ب)^2 \neq (أ ج)^2 + (ب ج)^2$$

ألاحظُ أنّ: (أ ب) \neq (أ ج) + (ب ج).
أي أن المثلث (أ ب ج) لا يحقق نظرية فيثاغورس.
أتحقّق بالقياس أنّ المثلث أ ب ج غير قائم الزاوية.

نظريّة: إذا كانت مساحة المربع المنشأ على أطول أضلاع المثلث تساوي مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين، فإنّ الزاوية المقابلة للضلع الأكبر تكون قائمة؛ أيّ أنّه: إذا كان $(أ ج)^2 = (أ ب)^2 + (ب ج)^2$ فإنّ المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب.



نشاط ٣:



بني فادي جدارين، كما في الشكل المجاور، كيف تساعد

فادي في التحقّق من أنّ الزاوية بين الجدارين قائمة؟

أقوم بتحديد النقطة (س) بحيث تبعد مسافة ٦٠ سم مثلاً عن النقطة (ص).

أقوم بتحديد النقطة (ع)، بحيث تبعد مسافة ٨٠ سم مثلاً عن النقطة (ص).

أجد طول $\overline{س ع}$ ثم أجد طولها؛ معتمداً على نظريّة فيثاغورس، فإذا تحققت النظرية تكون الزاوية بين الجدارين قائمة.

$$(س ع)^2 = (س ص)^2 + (ص ع)^2$$

$$= (٦٠)^2 + (٨٠)^2 =$$

$$= \dots + \dots =$$

$$= ١٠٠٠٠٠ سم^2، ومنها: س ع = ١٠٠ سم$$

أجد طول $\overline{س ع}$ بالقياس، فإذا كان $س ع = ١٠٠ سم$ ، فإنّ المثلث يحقّق نظريّة فيثاغورس؛ وعندها تكون الزاوية بين الجدارين قائمة.



نشاط ٤:

أي الأطوال الآتية يمكن أن تشكل أطوالاً لأضلاع مثلث قائم الزاوية:

(أ) الأطوال: ١ سم، ١ سم، ٢ سم

$$٢(٢) = ١ + ١$$

$$٢(١) + ٢(١) = ١ + ١ = ٢$$

أي أن: $٢(٢) = ٢(١) + ٢(١)$

ومنها الأطوال: ١ سم، ١ سم، ٢ سم تشكل مثلثاً قائم الزاوية. (لماذا؟)

(ب) الأطوال: ٧٤ سم، ٤٨ سم، ٥٥ سم.

$$٢(٧٤) = ٥٥ + ٤٨$$

$$٢(٤٨) + ٢(٥٥) = ٢٣٠.٤ + ٥٥٠ = ٧٨٠.٤$$

الاحظ أن: $٢(٧٤) \neq ٢(٤٨) + ٢(٥٥)$

ومنها الأطوال: ٧٤ سم، ٤٨ سم، ٥٥ سم لا يمكن أن تشكل مثلثاً قائم الزاوية. (لماذا؟)

تعريف: تُسمى الأعداد الطبيعية التي تُحققُ نظرية فيثاغورس أعداداً فيثاغورية.



نشاط ٥:

أكمل الجدول الآتي:

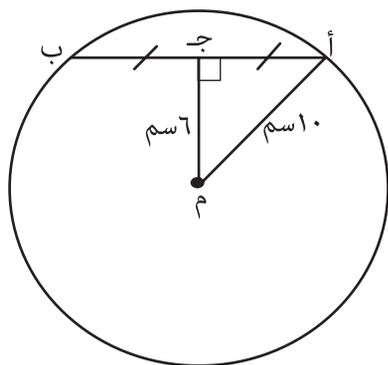
هل هي أعداد فيثاغورية؟	$س^٢ + ص^٢$	ع	ص	س	ع	ص	س
نعم؛ لأن: $س^٢ + ص^٢ = ع^٢$	$٣٦ + ٦٤ = ١٠٠$	١٠	٦٤	٣٦	١٠	٨	٦
لا؛ لأن ...	$٢٥٠ + ١٦٩ = ٤١٩$		١٦٩		٢٠	١٣	٩
	$١٢١ + ٣٧٢١ = ٣٨٤٢$			١٢١	٦١	٦٠	١١



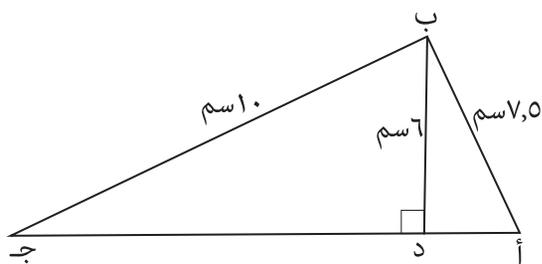
تمارين ومسائل:

(١) أكمل الجدول الآتي:

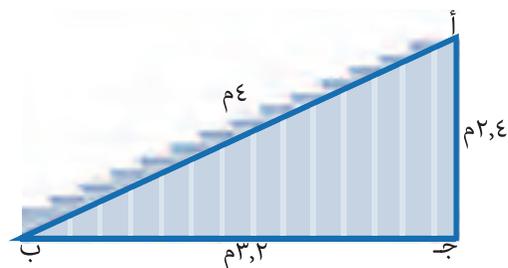
السبب	هل المثلث قائم الزاوية؟	أطوال أضلاع المثلث بالسنتيمتر
		٤١ ، ٤٠ ، ٩
		٣,٦ ، ٤,٨ ، ٦
		١٢٨ ، ١٢٤ ، ٣٠
		٦١ ، ١١,٦٠



(٢) يبين الشكل المجاور دائرة نصف قطرها ١٠سم، أ ب وتر فيها، م ج عمودي على الوتر أ ب، ما طول أ ب؟



(٣) معتمداً على الشكل المجاور، أبين أن الزاوية أ ب ج قائمة.



(٤) الشكل المجاور يمثل درجاً، أبعاده معلومة، فهل تم بناء الدرج بحيث تكون زاوية ج قائمة.

(٥) أكتب مجموعتين من الأعداد؛ بحيث تشكل كلٌّ منها أعداداً فيثاغورية.

(٦) مستخدماً المتر فقط، كيف تتأكد من أن الزاوية في ملعب كرة القدم قائمة؟

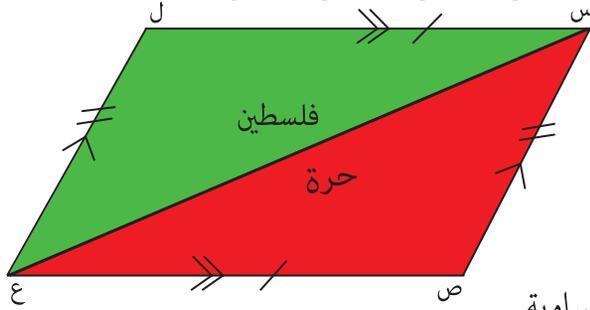


٣-٣ تطابق المثلثات (١)



نشاط ١:

من الحقوق الأساسية للأفراد عدم سجنهم تعسفياً. في يوم الأسير الفلسطيني، الذي يوافق ١٧ نيسان من كل عام، لَوْن وسام طائرة صمّمها، كما في الشكل المجاور، فما العلاقة بين المثلثين الملونين باللونين: الأحمر والأخضر؟ في المثلثين: س ص ع، س ل ع:



س ع ضلع مشترك.

س ل = ص ع (من خواص متوازي الأضلاع).
س ص = (لماذا؟)

الاحظ أن: أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين متساوية.

أجد باستخدام الأدوات الهندسية قياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين، وألاحظ أن الزوايا المتناظرة في المثلثين س ص ع، س ل ع متساوية.

في هذه الحالة نقول: أن المثلثين س ص ع، س ل ع متطابقان، وتكتب بالرموز:

Δ س ص ع \cong Δ س ل ع، وتقرأ (المثلث س ص ع يطابق المثلث س ل ع).

أتعلم: المثلثات المتطابقة أضلاعها المتناظرة متساوية، وقياسات زواياها المتناظرة متساوية.



نشاط ٢:

يبين الشكل المجاور المثلثين المتطابقين أ ب ج، م ل ك، أكمل إيجاد:

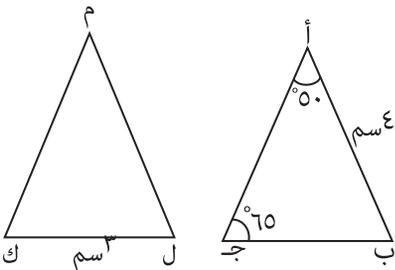
\sphericalangle ل م ك، \sphericalangle م ل ك، م ل.

\sphericalangle ل م ك = \sphericalangle ب أ ج (لماذا؟)

ومنها: \sphericalangle ل م ك =

\sphericalangle م ك ل = \sphericalangle أ ج ب = 65° (لماذا؟)

م ل = أ ب، ومنها: م ل =



يمكن التحقق من تطابق مثلثين؛ اعتماداً على حالات تتضمن الآتية:

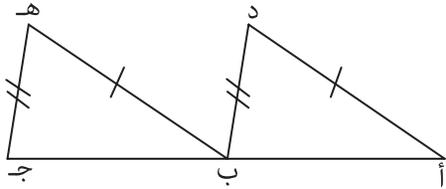
الحالة الأولى: تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع، ويُعبّر عن هذه الحالة بالرموز (ض، ض، ض).

يتطابق مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين متساوية.



نشاط ٣:

في الشكل المجاور، إذا كان $AD = BE$ ، $BD = DE$ ، B منتصف AD ، أيبين أنّ المثلثين ADB ، BEA متطابقان.



$AD = BE$ (معطى)

$BD = DE$ (معطى)

$AB = BA$ (لماذا؟)

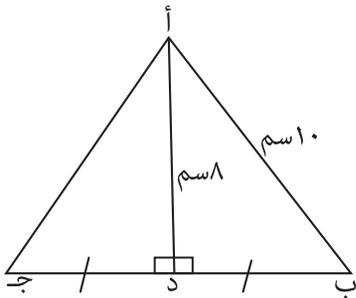
∴ يتطابق المثلثان: ADB ، BEA ؛ وفقاً لحالة التطابق (ض، ض، ض).



نشاط ٤:

أب ج مثلث متساوي الساقين، فيه الضلع $AB = 10$ سم، أنزل عموداً طوله 8 سم من الرأس A على القاعدة BC ، البالغ طولها 12 سم، أبحث في تطابق المثلثين ADB ، ADC .

أرسم شكلاً توضيحياً، وأضع عليه الأبعاد، كما في الشكل المجاور:



أد ضلع مشترك.

$BD = DC$ (لماذا؟)

$AB = AC$ (لماذا؟)

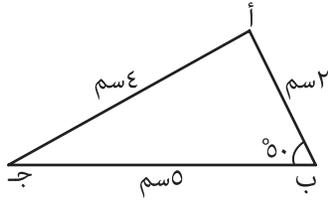
يتطابق المثلثان: ADB ، ADC ؛ وفقاً لحالة التطابق (ض، ض، ض).

أفكر: هل تساوي الزوايا الثلاث المتناظرة في مثلثين يكفي لبيان تطابق هذين المثلثين.

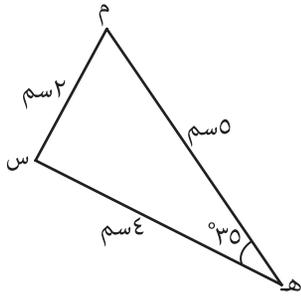




نشاط ٥:



(قياسات منار)



(قياسات ساجدة)

رسمت كل من منار وساجدة الوجه العلوي لغطاء علبة حلوى مثلث الشكل وسجلت بعض القياسات كما في التوضيح الآتي، أتأمل ثم أكمل:

المثلثان: أ ب ج، س م هـ متطابقان؛ وفقاً للحالة (.....،،)

$$\text{أ ب} = \text{س م} \quad \text{ب ج} = \text{م هـ} \quad \text{أ ج} = \text{.....}$$

ومن التطابق ألاحظ أن:

$$\text{ب} \neq \text{م} \quad \text{ب} \neq \text{هـ}$$

$$\text{ومنها: } \text{م} = 50^\circ$$

$$\text{ب} \neq \text{ج} \quad \text{ب} \neq \text{هـ}$$

$$\text{ومنها: } \text{ج} = \text{.....}$$

$$\text{ب} \neq \text{أ} = 180^\circ - (50^\circ + 35^\circ) = \text{.....}$$

$$\text{ب} \neq \text{س} = 95^\circ \quad (\text{لماذا؟})$$

الحالة الثانية: تطابق مثلثين بضلعين وزاوية محصورة، ويُعبَّر عن هذه الحالة بالرموز: (ض، ز، ض).

يتطابق مثلثان إذا تساوى طولاً ضلعين في كل منهما، وتساوى الزاوية المحصورة بين هذين الضلعين في كلٍّ منهما.



نشاط ٦:

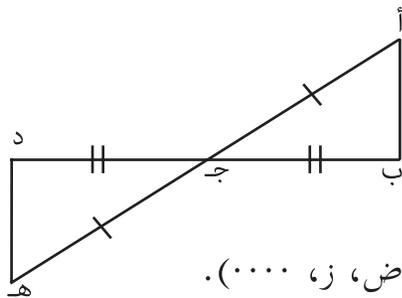
أتأمل الشكل الآتي، ثم أبحث في تطابق المثلثين: أ ب ج، هـ د ج.

$$\text{أ ج} = \text{ج هـ} \quad (\text{لماذا؟})$$

$$\text{ب ج} = \text{.....}$$

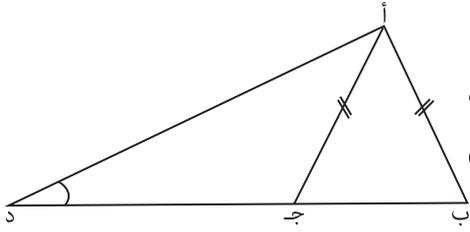
$$\text{ب} \neq \text{د ج هـ} = \text{ب ج أ} \quad (\text{لماذا؟})$$

∴ يتطابق المثلثان: أ ب ج، هـ د ج؛ وفقاً لحالة التطابق الثانية (ض، ز،).





نشاط ٧:

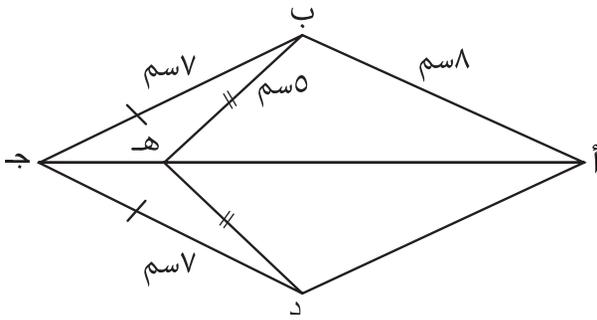


قام منجد برسم كما في الشكل المجاور، وقال أن المثلثين أ ج د، أ ب د غير متطابقين، فهل تتعارض إجابة منجد مع حالة التطابق الثانية؟ أوضح إجابتي .
أ ب = ، أ د ضلع مشترك ، \sphericalangle د مشتركة بين المثلثين .

الأنظر أنه بالرغم من وجود زوج من الأضلاع المتساوية وزاوية مشتركة بين المثلثين، إلا أن هذه الزاوية غير محصورة بين زوجي الأضلاع المتساوية في هذين المثلثين .
أي أن إجابة منجد لا تتعارض مع حالة التطابق الثانية .



نشاط ٨:



في الشكل المجاور، إذا كان أ ب = سم ٨،
ب ه = سم ٥، ب ج = سم ٧، د ج = سم ٧،
أ ج د، وأوضِّح السبب .

لإيجاد طول الضلع أ د نبحث في تطابق المثلثين أ ب ج، أ د ج
ب ج = د ج (لماذا)
أ ج ضلع مشترك

يتطابق المثلثان إذا كانت \sphericalangle ب ج أ = \sphericalangle أ ج د
بما أن المثلثين ب ه ج، د ه ج متطابقان؛ لأن:

ه ج ضلع مشترك، ب ج = د ه ، ب ه = د ه
ومن التطابق أستنتج أن: \sphericalangle ب ج ه = \sphericalangle د ج ه

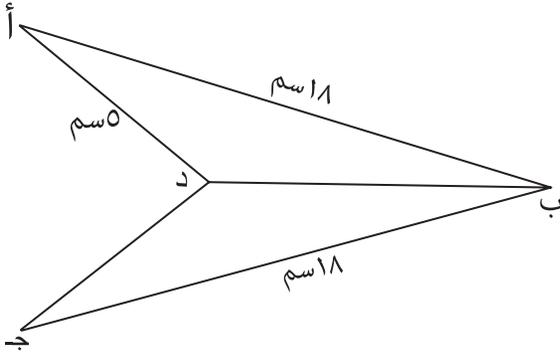
لكن \sphericalangle ب ج أ = \sphericalangle ب ج ه ، \sphericalangle د ج أ = \sphericalangle د ج ه

∴ المثلثان أ ب ج ، أ د ج متطابقان بضلعين وزاوية محصورة، ومن التطابق أستنتج أن:

أ ب = أ د ، ومنها: أ د = سم



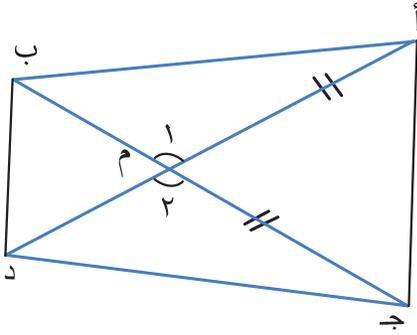
تمارين ومسائل:



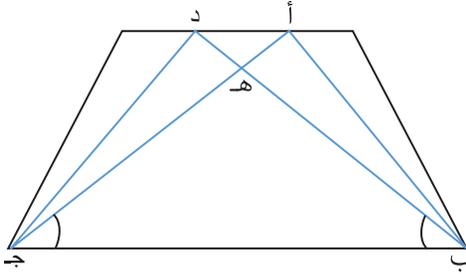
١) في الشكل الآتي، إذا علمت أن $\overline{AB} = \overline{AD}$ تُنصّف الزاوية ب:

أ) أيبّن أن: المثلثين $\triangle ABD$ ، $\triangle BDC$ متطابقان، مع توضيح حالة التطابق.

ب) أجد $\angle D$.

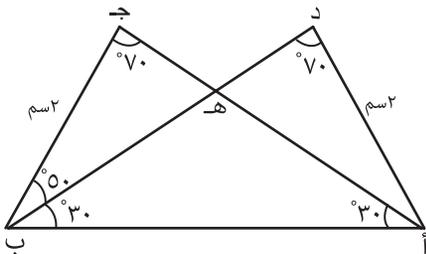


٢) صمم أدهم منخططاً لحديقة لزراعة الزهور بألوانٍ مختلفة كما في الشكل المجاور، والذي فيه $AD = BC$ ، أيبّن أن: $\triangle ABC = \triangle DCB$ في هذا التصميم.



٣) في الشكل المجاور، إذا كان $AD = BC$ ، $\triangle ABC = \triangle DCB$

أيبّن أن: $\triangle AHB \cong \triangle DHC$.



٤) أتأمل الشكل المجاور، لأيبّن أن: المثلثين $\triangle ABC$ ، $\triangle ADC$ متطابقان.



٤-٣ تطابق المثلثات (٢)



نشاط ١:



قام أشبال وزهراء كشافة العودة أثناء رحلة بنصب مجموعة من الخيام، كما في الصورة، وأخذوا يتناقشون: هل يمكن

نقل إطار باب الخيمة الأولى إلى إطار باب الخيمة الثانية، بحيث ينطبق عليه؟

س ص = هـ ي (لماذا؟)

✗ س ص ع = ✗ هـ ي و

✗ ع س ص = ✗، ومنها يمكن

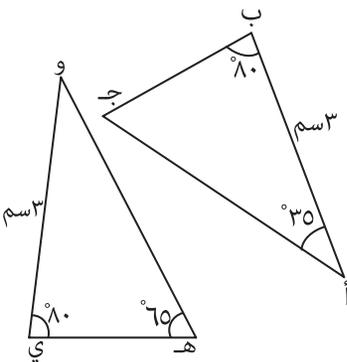
فهل معرفة هذه العناصر تكفي للحكم على تطابق المثلثين: ع س ص، و هـ ي؟

الحالة الثالثة: تطابق مثلثين بزوايتين وضلع، ويُعبّر عن هذه الحالة بالرموز: (ز، ض، ز).

يتطابق مثلثان إذا تساوى فيهما طولُ ضلعٍ، وقياسُ الزاويتين المرسومتين عند نهايتي ذلك الضلع.



نشاط ٢:



أبحث في تطابق المثلثين: أ ب ج، و ي هـ، معتمداً على التمثيل المجاور:

أ ب = و ي = =

✗ ب ج = ✗ ي هـ = =

✗ و هـ = ٣٥° (لماذا؟)

✗ و هـ = ✗ أ ج = = ولذلك يتطابق المثلثان أ ب ج، و ي هـ؛

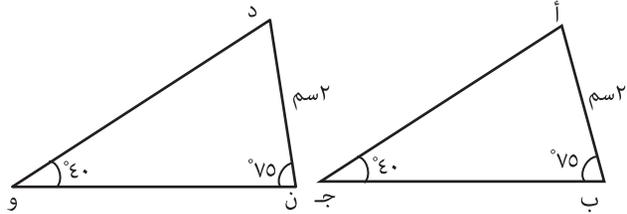
وفقاً للحالة (ز، ض، ز).



نشاط ٣:

تتنوع مظاهر الإهتمام بالعمارة من حيث التبليط والزخرفة أراد باسل زخرفة لوحة باستخدام مثلثات متطابقة، فهل يصلح المثلثان أ ب ج ، د ن و الموضحة في الشكل الآتي للاستخدام

في هذه الزخرفة؟



(لماذا؟)

أ ب = د ن = سم

أ = د ≠

ب = ن ≠

ألاحظ أن المثلثين متطابقان؛ وفقاً للحالة (، ، ،) .

أي أنه يمكن لباسل استخدام هذين المثلثين في زخرفة اللوحة.



نشاط ٤:

أتأمل الشكل المجاور، وأبين أن المثلثين ب د م، ج د ن متطابقان.

المثلثان ب د م، ج د ن فيهما:

ب د = ج د (معطى)

ب د م = ج د ن (بالتقابل بالرأس)

لإثبات أن ب د م = ج د ن ألاحظ أن

Δ أ ب د، Δ أ ج د متطابقان؛ وفقاً للحالة (ض، ض، ض)

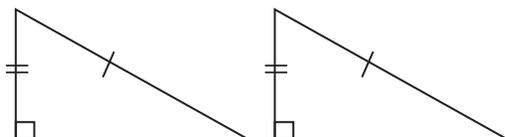
لأن: أ د ضلع مشترك، أ ب = ج د، ب د = ج د (معطى)

وينتج من تطابقهما أن: ب د م = ج د ن

أذن ب د م = ج د ن (لماذا)

أي أن المثلثان ب د م، ج د ن متطابقان؛ وفقاً للحالة (، ، ،) .

الحالة الرابعة: تطابق مثلثين بوترٍ وضلعٍ وقائمة.

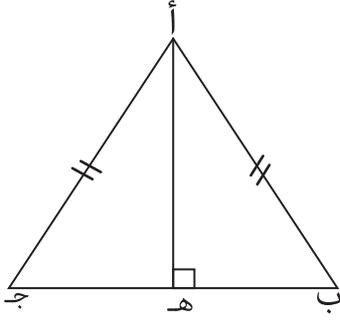


يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تساوى طولٍ وضلعٍ ووترٍ في أحدهما

مع نظائرها في المثلث الآخر. فهل تستطيع تفسير ذلك؟



نشاط ٥:



أ ب ج مثلث متساوي الساقين، أ ه عمودي على ب ج .
أبحث في تطابق المثلثين أ ه ج، أ ه ب .
الوتر أ ب = الوتر (لماذا؟)
أ ه ضلع
ب ه أ = ج ه أ =
Δ أ ه ج يطابق Δ أ ه ب؛ وفقاً لحالة التطابق الرابعة وهي: (.....،، وقائمة).



نشاط ٦:



الشكل (١)

يمتاز المسجد الأقصى المبارك بزخارفه الأخاذة بأشكال هندسية مختلفة، فإذا ضمت إحدى الزخارف مثلثات متطابقة كما في الشكل (١)، وتم اختيار مثلثين متطابقين منها كما في الشكل (٢)، أجد الآتي:

(١) مساحة المثلث أ ب ج.

(٢) محيط المثلث د ه و.

لإيجاد مساحة المثلث أ ب ج

المثلثان أ ب ج، د ه و متطابقان وفقاً للحالة (.....،،)

ومن التطابق ب ج = د ه = سم

مساحة المثلث أ ب ج = $\frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$

$$= \frac{1}{2} \times 40 \times 30 \quad (\text{لماذا؟})$$

$$= \dots \text{سم}^2$$

لإيجاد محيط المثلث د ه و:

$$^2(\text{د و}) = ^2(\text{د ه}) + ^2(\text{ه و})$$

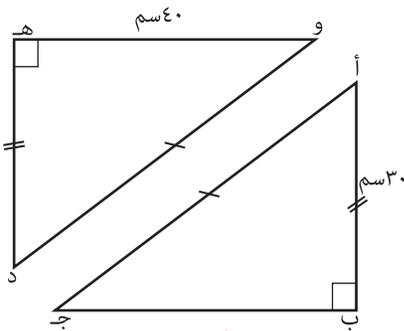
$$^2(\text{د و}) = ^2(30) + ^2(40)$$

$$= 900 + 1600 = 2500$$

ومنها د و = سم

أي محيط المثلث د ه و = ٣٠ سم + ٤٠ سم + ٥٠ سم = ١٢٠ سم

أناقش: محيط المثلث أ ب ج يساوي محيط المثلث د ه و.

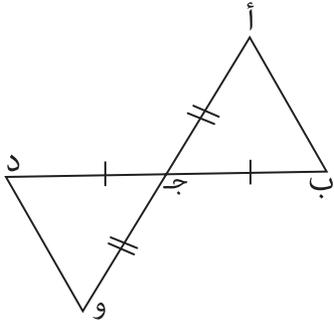


الشكل (٢)

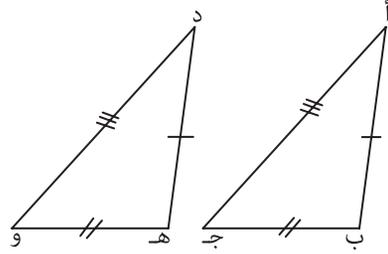


تمارين ومسائل:

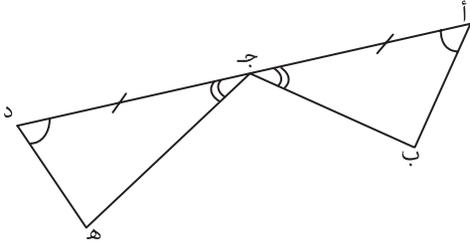
(١) أَسْمِي أزواج المثلثات المتطابقة في كلِّ ممَّا يَأْتِي، وأَوْضِح السبب:



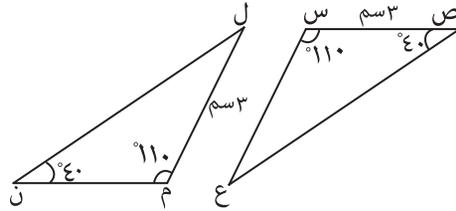
(ب)



(أ)

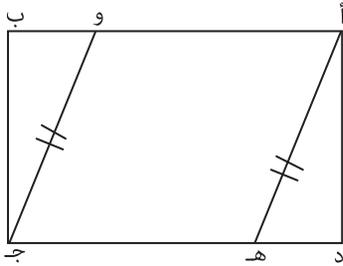


(د)

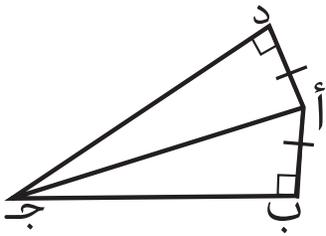


(ج)

(٢) في الشكل المجاور: أ ب ج د مستطيل، أ هـ = و ج
أبَّيِّن أنَّ: د هـ = و ب.



(٣) رَسْم رَامِي القَطْع ج د، ج أ، ج ب، ورَسْم أ ب عمود
على ب ج، أ د عمود على د ج، أ د = أ ب،
كَمَا فِي الشَّكْل المَجَاوِر، قَال رَامِي أَنَّ ج أ يُنْصَف
ب ج د. كَيْف تَتَأَكَّد مِنْ صِحَّة مَا قَالَهُ رَامِي؟

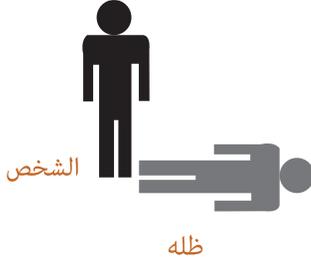
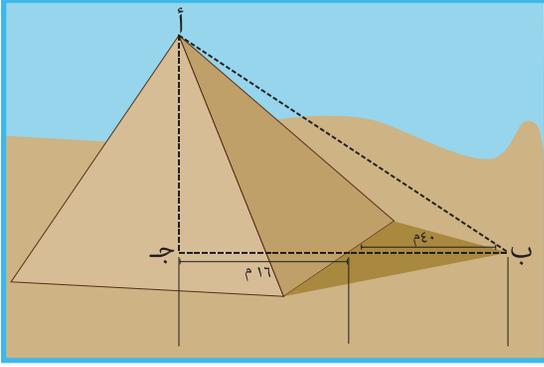




٥-٣ تشابه المثلثات



نشاط ١:



تُعدُّ الأهراماتُ من عجائب الدنيا السبع، وأوّل من قاس ارتفاعَ الأهرامات قديماً الفيلسوف الإغريقي طاليس، فقد اعتمد على قياس طول ظلّه، وقارنّه بطول ظلّ الهرم في الوقت نفسه. فكيف يمكن توظيف فكرة طاليس لقياس ارتفاع الهرم، إذا بلغ طول شخص ١,٨م، وطول ظلّه ١,٩٢م، في الوقت الذي يكون فيه طول ظل ارتفاع الهرم ٤٠م؟ علماً بأن البعد بين مركز الهرم وحافته ١١٦م كما في الشكل المجاور. تقوم فكرة طاليس على اعتبار أن:

$$\frac{\text{أ ج}}{\text{طول الشخص}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{طول ظل الشخص}}$$

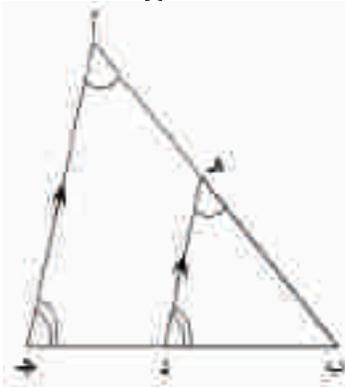
$$\frac{\text{أ ج}}{١,٨} = \frac{١٥٦}{١,٩٢}$$

(لماذا؟)

$$١٥٦ \times ١,٨ = ١,٩٢ \times \text{أ ج}$$

ومنها: ينتج أن ارتفاع الهرم = ١١٦ مترًا.

اعتمد طاليس على تشابه المثلثات في إيجاد ارتفاع الأهرامات، فما تعريف تشابه مثلثين؟



نشاط ٢:

أتأمل الشكل المجاور، وأكمل:

(١) الزاوية ب مشتركة بين المثلثين أ ب ج ، ،

(٢) $\angle \text{أ ج د} = \angle \text{ه د ب}$ (لماذا؟)

(٣) $\angle \text{ب ه د} = \angle \text{ب أ ج}$ (لماذا؟)

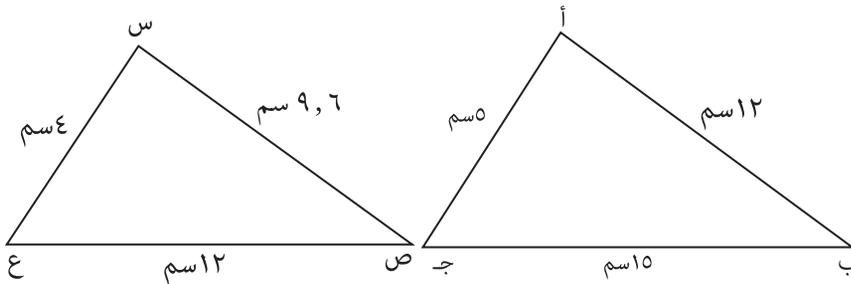
أيّ أنّ: الزوايا الثلاث المتناظرة متساوية؛ ولذا يقال: أنّ المثلثين ه ب د ، أ ب ج متشابهان، وتُكتب بالرموز: $\Delta \text{ه ب د} \approx \Delta \text{أ ب ج}$ ، وتُقرأ ($\Delta \text{ه ب د}$ يشابه $\Delta \text{أ ب ج}$).

أتعلّم: يتشابه مثلثان إذا تساوت قياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين، ويرمز للتشابه بالرمز (\sim).



نشاط ٣:

أتأمل المثلثين في الشكل المجاور، وأكمل:



$$\frac{5}{4} = \frac{12}{9.6} = \frac{AB}{DE}$$

$$\dots = \frac{15}{12} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{5}{\dots} = \frac{AC}{DF}$$

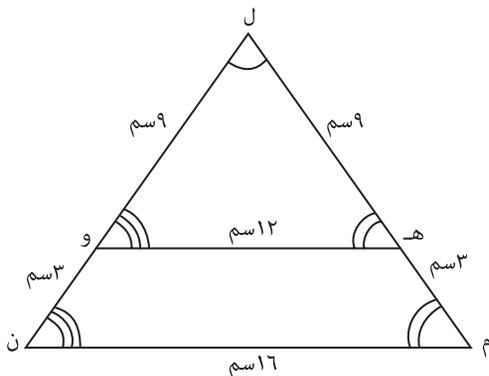
ألاحظ أن الأضلاع المتناظرة متناسبة (المثلث أ ب ج تكبير للمثلث س ص ع).

أتعلّم: يتشابه مثلثان إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما متناسبة.



نشاط ٤:

أتأمل الشكل المجاور، وأكمل:



ألاحظ أن: $\angle M = \angle N$ (لماذا؟)

$\angle O = \angle W$ (لماذا؟)

\triangle مشتركة

وبما أن قياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين متساوية، فإن المثلثين

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{12}{9} = \frac{\text{ل م}}{\text{ل ه}}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{16}{\dots} = \frac{\text{م ن}}{\text{ه و}}$$

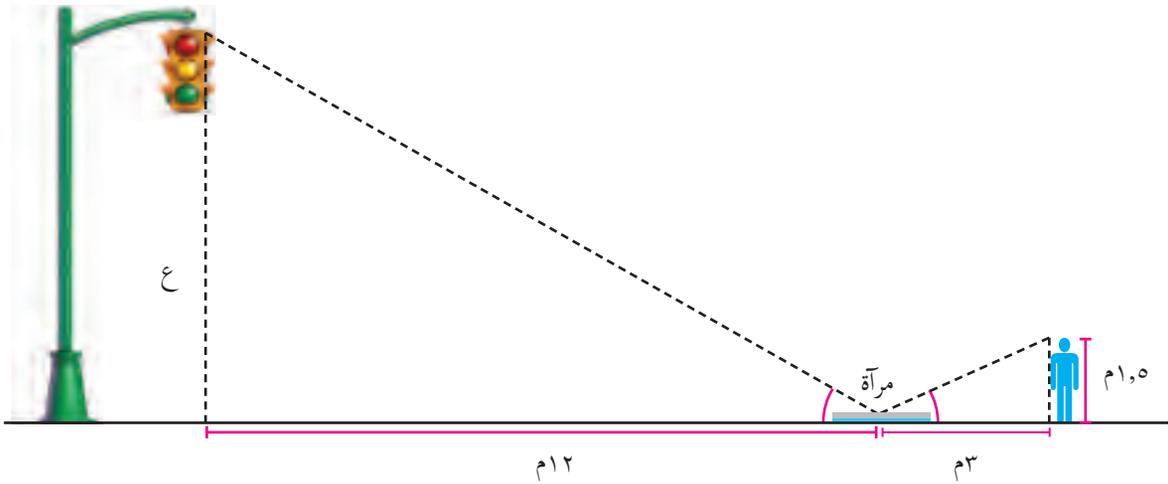
$$\frac{4}{\dots} = \frac{\dots}{9} = \frac{\text{ل ن}}{\text{ل و}}$$

ألاحظ أيضاً أن أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.



نشاطه: *

أراد جهاد قياس ارتفاع إشارة المرور اعتماداً على إنعكاس الضوء، فقام بوضع مرآة مستوية بحيث تبعد ١٢م عن أسفل الإشارة و ٣م عن شخص طوله ١,٥م، كما في الشكل الآتي، أكمل طريقة جهاد في إيجاد ارتفاع إشارة المرور.



$$\frac{12}{3} = \frac{ع}{1,5} \quad (\text{لماذا؟})$$

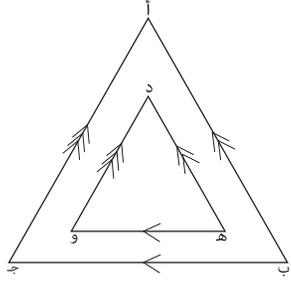
$$\dots \times 12 = ع \times 3$$

$$ع \times 3 = 18 \quad \text{ومنها } ع = 6$$

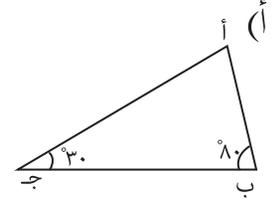
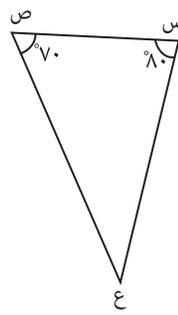


تمارين ومسائل:

(١) أبين أيّ المثلثين في كلّ من الآتية متشابهان:

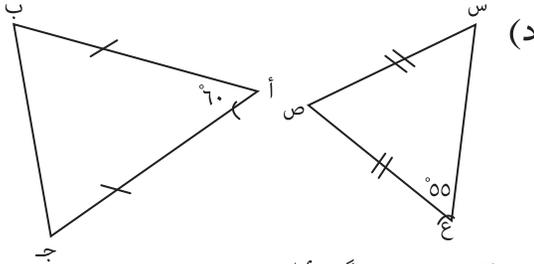


(ب)

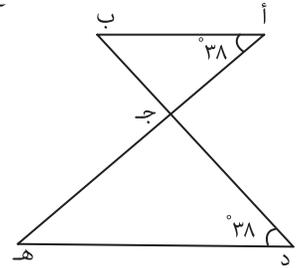


(أ)

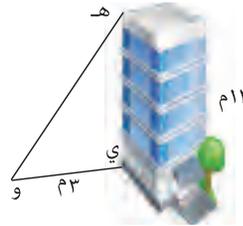
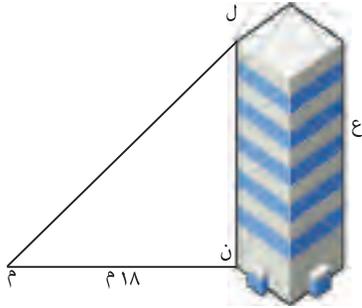
(ج)



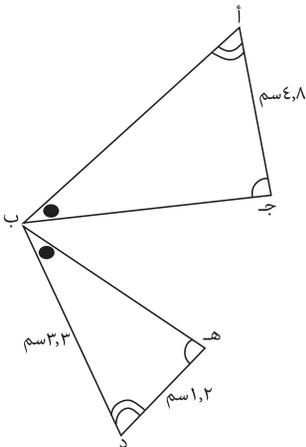
(د)



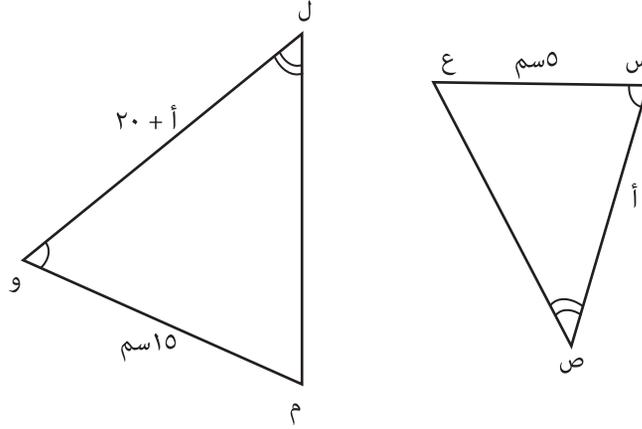
(٢) أجد ارتفاع البناية (ع) معتمداً على التمثيل الآتي، علماً بأنّ المثلثين هـ ي و، ل ن م، متشابهان.



(٣) في الشكل المجاور: إذا كان $\triangle أ ب ج \sim \triangle د ب هـ$ ، أجد أ ب.



٤) يبين التمثيل المجاور المثلثين ص س ع، ل و م، فما قيمة \hat{A} علماً بأن المثلثين متشابهان؟

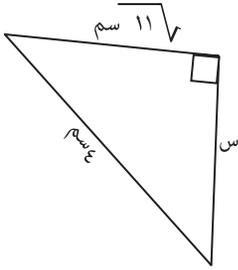


٥) مصباح إنارة مثبت على عمود، إرتفاعه ٣ م عن حافة الشارع. فإذا سار شخص طوله ١,٨ م بجانب العمود، أجد كل من الآتي:
 أ) طول ظل الشخص عندما يكون على بعد ٥ م من العمود.
 ب) بعد الشخص عن العمود إذا كان طول ظله ٣ م.



٦-٣ تمارين عامة

١) أضع دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:



٣) معتمداً على الشكل المجاور، ما قيمة س؟

(أ) ٣

(ب) $\sqrt{19}$

(ج) $\sqrt{5}$

(د) ٢

٢) أي المجموعات الآتية لا تمثل أعداداً فيثاغورية؟

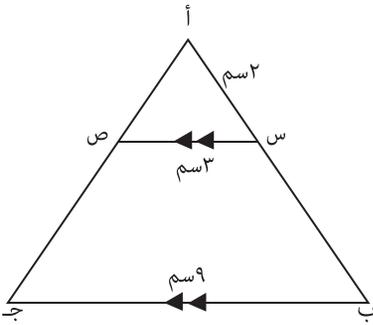
(أ) (٥، ٤، ٣)

(ب) (١٠، ٨، ٦)

(ج) (١٢، ١٠، ٤)

(د) (١٣، ٥، ١٢)

٣) في الشكل المجاور، ما طول س ب؟



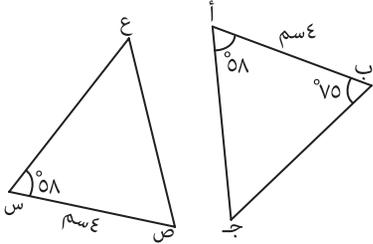
(أ) ٣ سم

(ب) ٤ سم

(ج) ٦ سم

(د) ١٢ سم

٤) إذا كان المثلثان أ ب ج، س ص ع متطابقين، ما قياس الزاوية س ع ص؟



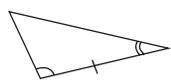
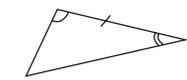
(أ) ٧٥°

(ب) ٤٧°

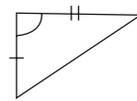
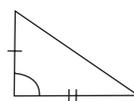
(ج) ٥٨°

(د) ١٣٣°

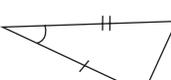
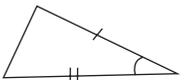
٥) أي من أزواج المثلثات الآتية تتطابق؛ وفقاً للحالة (ز، ض، ز)؟



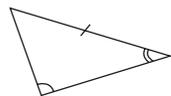
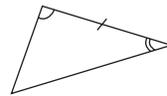
(أ)



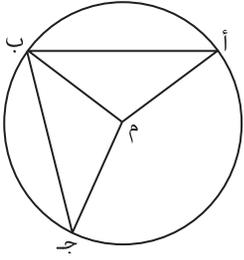
(ب)



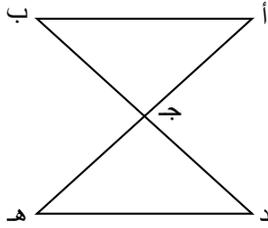
(ج)



(د)

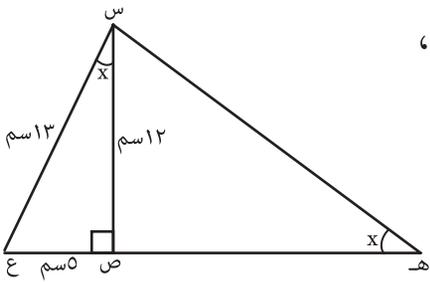


(٢) بيّن الشكل المجاور دائرةً مركزها م، فيها أ ب، ب ج وتران متساويان، أ بيّن أنّ المثلثين ب م أ، ب م ج متطابقان.

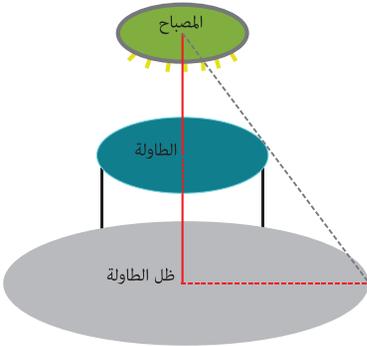


(٣) في الشكل المجاور، أ ب // د ه، أ ج = ج ه .
أبيّن أنّ: أ ب = د ه .

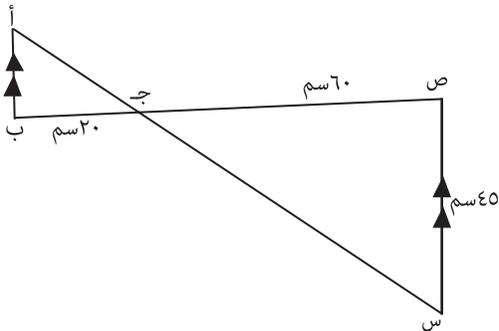
(٤) أ ب ج د مستطيل، النقطة ه نقطة منتصف أ ب، أ بيّن أنّ المثلث ج ه د متساوي الساقين.



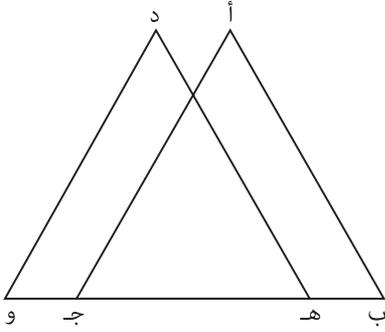
(٥) في الشكل المجاور، إذا كان $\triangle س ص ع \cong \triangle ه ص س$ ،
أجد س ه، ص ه .



(٦) علق مصباح بحيث يعلو طاولة دائرية قطرها ١ م كما في الشكل المجاور، فإذا كان ارتفاع الطاولة ٠,٨ م وكان ارتفاع المصباح ٢,٤ م فما طول ظل الطاولة على الأرض.

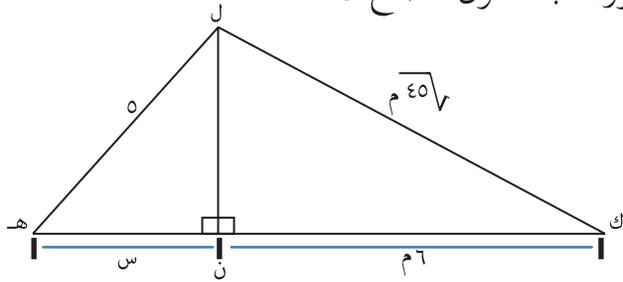


(٧) معتمداً على الشكل المجاور، أجد أ ب .



٨) أتأمل الشكل المجاور، الذي فيه: $أب = ده$ ، $أج = دو$ ،
 $ب هـ = ج و$ ، لأبين أن: $أب \parallel د هـ$.

٩) تتخذ السفن الشراعية في البحر الشكل المجاور، أجد طول الضلع $ن هـ$.



١٠) $أ ب ج$ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٠ سم، فما طول العمود النازل من الرأس $أ$ على القاعدة $ب ج$.

أقيم ذاتي:



أعبر بلغتي عن أهم المهارات التي تعلمتها في هذه الوحدة.



مشروع الوحدة:

من الضروري أن تنفذ الإنشاءات والمباني بدرجة عالية من الدقة. أتعاون مع زملائي في المجموعة في التحقق من دقة بناء معالم مهمة في المدرسة، من حيث كونها عمودية على مستوى ساحات المدرسة (جدار، بعض واجهات المبنى، ...). معتمداً على الخبرات التي تعلمتها في الوحدة.

<http://www.mathopenref.com/congruenttriangles.html>

<https://www.mathsisfun.com/geometry/triangles-similar.html>

www.mohe.ps/pcdc.html

روابط الكترونية:

الإحصاء

الوحدة

٤



أَتَأَمَّلُ الصُّورَةَ، وَأَبْحَثُ عَنْ طَرِيقٍ مُخْتَلِفَةٍ لِتَمَثِيلِ بَعْضِ الْأَشْكَالِ
الِهَنْدَسِيَّةِ الَّتِي تَتَضَمَّنُهَا، وَفَقْراً لِتَكَرُّارِ ظُهُورِهَا فِي الصُّورَةِ.

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الوحدة والتفاعل مع أنشطتها أن يكونوا قادرين على توظيف تمثيل البيانات ومقاييس التشتت في الحياة العمليّة من خلال الآتي:

- ١- إيجاد زاوية قطاع دائريّ معلوم.
- ٢- تمثيل البيانات بطريقة القطاعات الدائرية.
- ٣- تمثيل البيانات بطريقتي المضع التكراري والمنحنى التكراري.
- ٤- تعرّف مفهوم التشتت.
- ٥- إيجاد بعض مقاييس التشتت لبيانات مفردة.
- ٦- توظيف مقاييس التشتت في سياقات حياتية.



١-٤ تمثيل البيانات بطريقة القطاعات الدائرية

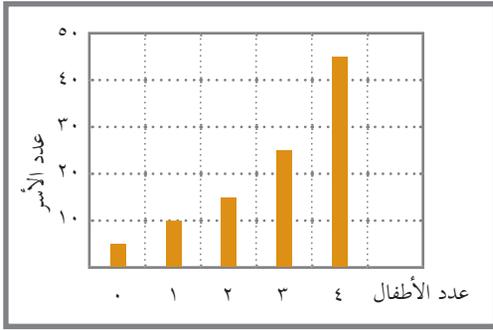


نشاط ١:

بلغ معدل خصوبة المرأة الفلسطينية عام ٢٠١٤ م (٣,٢) مولوداً، فإذا سجّل إحصائيّ عدد الأطفال لدى مجموعةٍ من الأسر، فكانت كما في الجدول الآتي:

عدد الأطفال	٠	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	٥	١٠	١٥	٢٥	٤٥

فكيف تُمثّل هذه البيانات بطريقة الأعمدة؟



أرسمُ حَطينَ متعامدين، وأضعُ على الخطّ الأفقيّ عدد الأطفال، فيما أضعُ على الخطّ العموديّ عدد الأسر، وبإنشاء أعمدة يُمثّل ارتفاعها عدد الأسر، يَنسُج التمثيل المجاور:

الأحظُّ أنّ مجموع التكرارات =

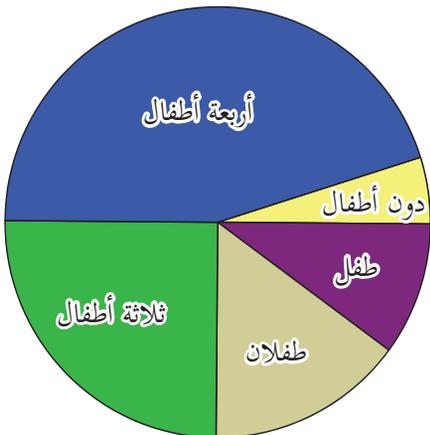
وأنه يمكن اعتبار عدد الأسر هو التكرار.

يمكن تمثيل البيانات بطريقة أخرى تُسمّى طريقة

القطاعات الدائرية، كما في الشكل المجاور، وتُمثّل

فيها الدائرة الكاملة جميع التكرارات، فما القطاع الدائريّ؟

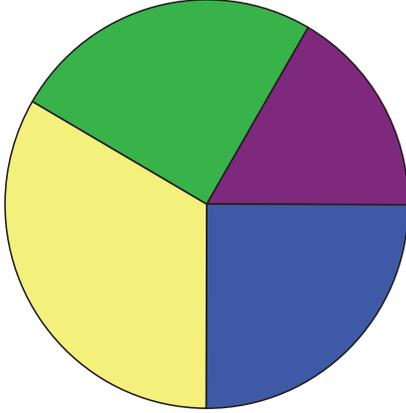
وما زاوية القطاع الدائريّ؟





نشاط ٢:

أتمم البيانات الآتية وتمثيلها المجاورَ بطريقة القطاعات الدائرية:



الهندسة ■
العلوم ■
الآداب ■
التجارة ■

العدد	الكلية
١٢٠	الهندسة
١٨٠	العلوم
٢٤٠	الآداب
١٨٠	التجارة

الأحظ أن زاوية قطاع طلبة الهندسة = ٦٠° ، وأن $\frac{١٢٠}{٧٢٠} \times ٣٦٠ = ٦٠^\circ$ ،

وبالمثل زاوية قطاع طلبة العلوم = ٩٠° ، وأن $\frac{١٨٠}{٧٢٠} \times ٣٦٠ = ٩٠^\circ$ ،

وزاوية قطاع طلبة الآداب = ١٢٠° ، وأن $\frac{٢٤٠}{٧٢٠} \times ٣٦٠ = ١٢٠^\circ$ ،

وزاوية قطاع طلبة التجارة = ٩٠° ، وأن $\frac{١٨٠}{٧٢٠} \times ٣٦٠ = ٩٠^\circ$ ،

أَتَعَلَّم: القطاع الدائري هو الجزء المحصور بين نصفي قطرين وقوس في دائرة.

زاوية القطاع الدائري = $\frac{\text{عدد عناصر القطاع} \times ٣٦٠}{\text{العدد الكلي}}$

مجموع زوايا القطاعات الدائرية لجميع البيانات = ٣٦٠°



نشاط ٣:

أتمم الجدول الآتي الذي يبين عدد صناديق محاصيل بعض الفواكهة، ثم أتمم البيانات الواردة في الجدول بطريقة القطاعات الدائرية:

الفواكهة	التفاح	البلح	الموز	الإجاص	الفرولة
العدد	٦٠	٦٠	٥٠	٤٠	٣٠

أجد زوايا القطاعات الدائرية الخمس:

$$\text{زاوية قطاع التفاح} = \frac{60}{240} \times 360 = 90^\circ$$

$$\text{زاوية قطاع البلح} = 90^\circ \text{ (لماذا؟)}$$

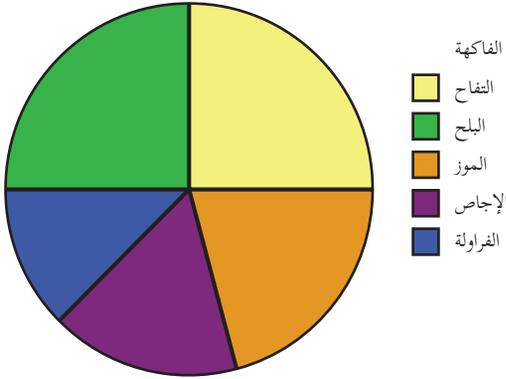
$$\text{زاوية قطاع الموز} = \frac{50}{240} \times 360 = 75^\circ$$

$$\text{زاوية قطاع الإجاص} = \frac{40}{240} \times 360 = 60^\circ$$

$$\text{زاوية قطاع الفراولة} = \frac{30}{240} \times 360 = 45^\circ$$

أرسم دائرة، وأبرز فيها القطاعات الخمس،

كما في الشكل المجاور:



نشاط ٤:

تضم مدرسة ٣ صفوف دراسية، ويبلغ عدد الطالبات فيها (٢٤٠) طالبة، فإذا كانت زاوية قطاع الصف الثاني عشر 90° ، وزاوية قطاع الصف العاشر 150° ، أجد عدد طالبات الصف الحادي عشر.

$$\text{زاوية قطاع الصف الحادي عشر} = 360 - (90 + 150)$$

$$= \dots\dots\dots$$

ومنها:

$$\text{زاوية القطاع الدائري} = \frac{\text{عدد عناصر القطاع}}{\text{العدد الكلي}} \times 360$$

$$\text{ومنها: } 120 = \frac{\text{عدد طالبات الصف الحادي عشر}}{240} \times 360$$

$$\text{عدد طالبات الصف الحادي عشر} = 360 \times 240 \div 120$$

$$\text{عدد طالبات الصف الحادي عشر} = \dots\dots\dots$$



تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أجدُ زوايا القطاعات الدائريَّة التي تمثل أعداد مراجعي دائرة حكوميَّة، معتمداً على البيانات الواردة في الجدول الآتي:

اليوم	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء
أعداد المراجعين	٩٠	١٢٠	٣٠	٦٠

(٢) أتملُّ البيانات الآتية التي تمثل عدد الأنشطة التي رَعَتْهَا مؤسَّسة شبابيَّة خلال ٦ أشهر، ثم أُمثِّلها بطريقة القطاعات الدائريَّة:

نوع النَّشاط	رياضيِّ	ثقافيِّ	اجتماعيِّ	تعليميِّ	فنيِّ
العدد	١٠	٤	٦	٨	٢

(٣) بلغ عدد مشجعي فريق كرة قدم في خمس مباريات ٤٨٠٠ متفرج، فإذا مُثِّلت أعدادُ مشجعي الفريق في المباريات الخمس بطريقة القطاعات الدائريَّة، فكانت زاوية القطاع الذي يُمثِّل عدد مشجعي الفريق في المباراة الرابعة تساوي ١٢٠°، فما عدد مشجعي الفريق في تلك المباراة؟

(٤) عند تمثيل أعداد زائري حديقة حيوان خلال أسبوع، وُجِد أنَّ زاوية القطاع الدائريِّ الذي يُمثِّل عدد زوار الحديقة في اليوم الثالث ٦٠°، وعدد زائري الحديقة في ذلك اليوم ٢٠٠ شخص، فما عدد زوَّار الحديقة في ذلك الأسبوع؟



٢-٤ مقاييس التشتت



نشاط ١:

يُعدُّ قطاعُ الصَّيْدِ في غَزَّةَ من القطاعاتِ الاقتصاديةِ البالغةِ الأهمِّيَّةِ؛ إذ يُشغَلُ أعداداً كبيرةً من الصَّيَّادِينَ، والمهَن المُساندة. أتأملُ كمِّيَّاتِ الصَّيْدِ في الجدولِ الآتي، والتي جمعها صيادانِ خلالَ خمسةِ أيَّامٍ بالكغم، ثمَّ أكْمَل:

٣٥	١٠	٢٥	١٥	١٥	الصَّيَّادُ الأوَّلُ
٢٠	٣٠	٤٠	١٠	٠	الصَّيَّادُ الثَّانِي

الوسط الحسابيِّ لكمِّيَّاتِ صيدِ الأوَّل = $\frac{٣٥ + ١٠ + ٢٥ + ١٥ + ١٥}{٥} = \dots$ كغم

الوسط الحسابيِّ لكمِّيَّاتِ صيدِ الثَّانِي = $\frac{٢٠ + ٣٠ + ٤٠ + ١٠ + ٠}{٥} = \dots$ كغم (ماذا تلاحظ؟)

الأحِظُ أَنَّهُ على الرَّغْمِ من تساوي الوسط الحسابيِّ لكمِّيَّاتِ الصَّيْدِ لكلا الصَّيَّادَيْنِ، إلاَّ أنَّ كمِّيَّاتِ صيدِ الأوَّلِ أقلُّ تباعداً.

يقاسُ تباعدُ (تَشْتَت) أيِّ مجموعةٍ مِنَ البياناتِ بِمقاييسٍ خاصَّةٍ تُسمَّى مقاييسَ التَّشْتَت، ومن هذه المقاييسِ المدى، والتَّبائُن، والانحرافُ المِعْياريِّ.



نشاط ٢:

يبين الجدول الآتي استهلاك النّفْطِ يوميّاً في بعض الدُّوَلِ والمناطقِ لأقربِ مِليونِ برَميلٍ في عام ٢٠١٦.

أعلى استهلاك للنفط = ٢٤ مليون برميل/يوم

أدنى استهلاك للنفط =

الفرق بين أعلى استهلاك وأدنى استهلاك = ٢٤ - ...

= ... مليوناً

الدولة/ المنطقة	الاستهلاك اليومي
الولايات المتحدة	٢٤
كوريا الجنوبيّة	٧
البرازيل	٣
الصّين	١١
اليابان	٥
الشرْقُ الأوسط	٩



أَتَعَلَّم: مدى البيانات = أكبر قيمة في البيانات - أصغر قيمة في البيانات.



نشاط ٣:

أُكْمِلْ إيجاد المدى لِكُلِّ من المجموعات الآتية:

إذا كانت مجموعة القيم ٢٠، ٧، ٣، ٥، ٩، فإنّ المدى = ٢٠ - ٣ = ١٧

إذا كانت مجموعة القيم ١١، ١، ٢، ٨، ٥، فإنّ المدى = ١١ - ١ = ١٠

إذا كانت مجموعة القيم ٥، ٥، ٥، ٥، ٥، فإنّ المدى = ٥ - ٥ = ٠

يعتمد المدى على بعض القيم، ويُهْمَلُ في الغالب كثيراً منها، وَيَكْثُرُ استخدامه عند الإعلان عن حالات الطقس، مثل درجات الحرارة والرطوبة، ولكن في كثير من الأحيان، لا يَصِفُ المدى مقدار تَشَتُّتِ البيانات بدرجة مناسبة.

أُفَكِّر: هل يمكن أن يكون مدى البيانات سالباً؟ (أفسر إجابتي).



نشاط ٤:

أَتَأَمَّلُ القيم الآتية، وأَجِدُ المدى لِكُلِّ منها:

إذا كانت مجموعة القيم ٢، ٦، ٩، ١٣، ١٨، ٢٠، فإنّ المدى = ٢٠ - ٢ = ١٨

إذا كانت مجموعة القيم ٢، ٣، ٣، ١٩، ٢٠، ٢٠، فإنّ المدى = ٢٠ - ٢ = ١٨

أُلاحِظُ أنّ قيمة المدى متساوية للمجموعتين، إلا أنّهُ من الواضح أنّ تَشَتُّتِ قيم المجموعة الثانية أكبر، وبالتالي، لا بدّ من مقاييس أخرى أكثر دِقَّةً، ومن هذه المقاييس التَّبَايُنُ، والانحراف المعياريّ.

تعريف: يُعرف التباين بأنه مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها

الحسابي مقسوماً على عدد القيم ويرمز له بالرمز σ^2

ومنها التباين $\sigma^2 = \frac{\sum (s - \bar{s})^2}{n}$ ويمكن حسابه من الصيغة.

$$\sigma^2 = \frac{\sum s^2 - n(\bar{s})^2}{n}$$

يُعرف الانحراف المعياريّ (σ) بأنه الجذر التربيعي للتباين.





نشاطه:

أجد التباين والانحراف المعياري للقيم الآتية: ٤، ٣، ٢، ١، ٠

القيمة س	٠	١	٢	٣	٤	$\sum س = \dots$
$س^٢$	٠	١	٤	٩	١٦	$\sum س^٢ = \dots$

أرمز للقيم بالرمز س، وأكون جدولاً مناسباً، ثم أكمل:

$$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{١٠}{٥} = ٢ ، \dots = ن$$

$$\sigma^٢ = \frac{\sum س^٢ - \frac{(\sum س)^٢}{ن}}{ن}$$

$$= \frac{٢٠ - \frac{(١٠)^٢}{٥}}{٥}$$

$$= \frac{٢٠ - ٢٠}{٥}$$

$$= \frac{٠}{٥}$$

= ٢ ، ومنها الانحراف المعياري ... (لماذا؟)



نشاطه:

عند إيجاد الانحراف المعياري لثمانٍ من قيم س، وجد أن $\sum س = ٢٤$

وأن $\sum س^٢ = ٨٠$ ، أكمل إيجاد الانحراف المعياري لهذه القيم.

$$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٢٤}{٨} = ٣ ، \dots = ن$$

$$\sigma^٢ = \frac{\sum س^٢ - \frac{(\sum س)^٢}{ن}}{ن}$$

$$= \frac{٨٠ - \frac{(٢٤)^٢}{٨}}{٨}$$

$$= \frac{٨٠ - ٨٠}{٨}$$

$$= \frac{٠}{٨}$$

ومنها: الانحراف المعياري ... (لماذا؟)



نشاط ٧:

سُجِّلَتْ عددُ سنواتِ الخبرةِ لدى طاقمِ روضةِ أطفالٍ، فكانت على النحو الآتي:

١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧.

أجدُ المدى، والانحراف المعياريَّ لعدد سنوات الخبرة هذه.

أرْمِزُ للقيم بالرمز س، وأكوّنُ جدولاً مناسباً، ثمَّ أكْمِلُ:

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	$\sum س = \dots$
س ^٢	١	...	٩	١٦	٤٩	$\sum س^٢ = ١٤٠$

المدى = ٧ - ١ = ٦ سنوات خبرة

$$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن} = \frac{٢٨}{٤}$$

$$\frac{\sum س^٢ - ن(س)^٢}{ن} = \text{التباين}$$

$$= \frac{١٤٠ - ٤(٧)^٢}{٤}$$

$$= \frac{١١٢ - ١٤٠}{٤}$$

$$= \frac{-٢٨}{٤}$$

= ٤ سنوات خبرة، ومنها: الانحراف المعياريّ = ٢ (لماذا؟)

ألاحظُ أنّ التباين والانحراف المعياريّ يأخذان في الاعتبار جميع القيم، ويعطيان وصفاً أدقّ لتشتت البيانات، ولذا فهي من أكثر مقاييس التشتت استخداماً.

أناقش: لا يمكنُ أن يكون التباين سالباً.





تَمَارِينُ وَمَسَائِلُ :

(١) أ) إذا كان مدى ١٠ قيم يساوي ١٣، وكان أصغر هذه القيم = -٦، فما أكبر هذه القيم؟
ب) إذا كان مدى ١٥ قيمة يساوي ٩، وكان أكبر هذه القيم يساوي ٥، فما أصغر هذه القيم؟

(٢) قام راصد جوي بتسجيل سرعة الرياح لمدة ٨ أيام في فصل الصيف، فكانت كالاتي:
٤، ٥، ٤، ٦، ٨، ٧، ٥، أجدُ المدى، والانحراف المعياري لسرعة الرياح.

(٣) عند إيجاد التباين لثمانٍ من قيم س، وُجِدَ أَنَّ $\sum س = ٣٢$ ، وَأَنَّ $\sum س^٢ = ١٤٤$ ، أُكْمِلُ إيجاد التباين، والانحراف المعياري لهذه القيم.

(٤) تبلغُ أعمار عدد من الموظفين في دائرة حكوميّة ٢٨، ٣٤، ٤٦، ٥٠، ٣٢، أجدُ المدى، والتباين، والانحراف المعياري لأعمار هؤلاء الموظفين؟

(٥) أَكْتُبْ مثلاً على كُلِّ ممّا يأتي:

أ) مجموعتين من القيم لها المدى نفسه.

ب) خمس قيم مداها يساوي ٢٠.

ج) ستّ قيم مداها وتباينها يساوي صفرًا.



٣-٤ تمارين عامة

(١) أضع دائرة حول الإجابة الصحيحة:

١) تقدم ٦٠ طالباً لامتحان باللغة الانجليزية، فإذا حصل ١٢ طالباً على علامة كاملة، فما زاوية القطاع الدائري الذي يمثل عدد الطلبة الذين حصلوا على العلامة الكاملة في الامتحان؟

أ) ٦٠° (ب) ٦٦° (ج) ٧٢° (د) ٩٠°

٢) ما مدى القيم ٦، ٦، ٦، ٦، ٦؟

أ) ٦ (ب) ٣ (ج) ١ (د) صفر

٣) ما القيمة التي لا يمكن أن تُمثّل التباين لـ ١٠ قيم؟

أ) ١٠ (ب) ١ (ج) صفر (د) ٣-

٤) إذا كان تباين ٩ قيم يساوي ٤، فما قيمة انحرافها المعياري؟

أ) ٣ (ب) ٢ (ج) ١٦ (د) ٨١

٥) أي من الآتي يُعدُّ أقلّ مقاييس التشتت دقة؟

أ) الوسط الحسابي. (ب) المدى. (ج) الانحراف المعياري. (د) التباين.

عدد الناخبين	الدائرة
٣٠٠	الأولى
٣٥٠	الثانية
٤٥٠	الثالثة
٥٠٠	الرابعة

(٢) يُبيّن الجدول المجاور توزيع ١٦٠٠ ناخباً، موزعين على أربع دوائر انتخابية، أجد زاوية القطاع الدائري الذي يُمثّل عدد الناخبين في الدائرتين الأولى والثالثة؟

الوجبة	عدد الذين يفضلونها
المسخن	٦٠
المقلوبة	٣٠
المنسف	٤٠
المفتول	٢٠

٣) أمثلُ بطريقة القطاعات الدائرية آراء ١٥٠ شخصاً حول الوجبة الشعبيّة المفضّلة لديهم (الاختيار لوجبة واحدة فقط) الواردة في الجدول المجاور.

٤) عند إيجاد التباين لستّ من قيم س، ووجد أن $\sum s = ٦٠$ وأن $\sum s^2 = ٧٢٤$ ، أجد التباين، والانحراف المعياريّ لهذه القيم.

٥) سُجِّلت درجات الحرارة الصغرى خلال ستة أيام، فكانت كما يأتي: ٦، ٣، ٢، ١، ٢-، ٤- أجد كلاً من الآتي: أ) المدى. ب) التباين. ج) الانحراف المعياريّ.

٦) إذا كان تباين مجموعة من القيم يساوي ٢٥، وكان وسطها الحسابي يزيد عن انحرافها المعياري بمقدار ٦٠، فما الوسط الحسابي لهذه القيم؟

٧) أقيم ذاتي: أكمل الجدول الآتي:

المهارة	مرتفع	متوسط	دون المتوسط
إيجاد زاوية قطاع دائريّ معلوم.			
تمثيل البيانات بطريقة القطاعات الدائرية.			
إيجاد بعض مقاييس التشتت لبيانات مفردة.			



مشروع الوحدة:

يُعاني بعضُ الناس من نقصان الكتلة، فيما يُعاني البعض الآخر من زيادة الكتلة، تقوم كلُّ مجموعة بتدوين الكُتلة للراغبين من أفرادها، ثمّ تجد مقاييس التشتت الثلاثة لهذه الكتل، وتُقارن بينها، وتقييمها لدرجة تشتت هذه الكتل.

المشروع

المشروع: شكل من أشكال منهج النشاط؛ يقوم الطلبة (أفراداً أو مجموعات) بسلسلة من ألوان النشاط التي يتمكنون خلالها من تحقيق أهداف ذات أهمية للقائمين بالمشروع. ويمكن تعريفه على أنه: سلسلة من النشاط الذي يقوم به الفرد أو الجماعة لتحقيق أغراض واضحة ومحددة في محيط اجتماعي برغبة ودافعية.

مميزات المشروع:

١. قد يمتد زمن تنفيذ المشروع لمدة طويلة ولا يتم دفعة واحدة.
٢. ينفّذه فرد أو جماعة.
٣. يرمي إلى تحقيق أهداف ذات معنى للقائمين بالتنفيذ.
٤. لا يقتصر على البيئة المدرسية وإنما يمتد إلى بيئة الطلبة لمنحهم فرصة التفاعل مع البيئة وفهمها.
٥. يستجيب المشروع لميول الطلبة وحاجاتهم ويشير دافعيتهم ورغبتهم بالعمل.

خطوات المشروع:

- أولاً: اختيار المشروع: يشترط في اختيار المشروع ما يأتي:
 ١. أن يتماشى مع ميول الطلبة ويشبع حاجاتهم.
 ٢. أن يوفر فرصة للطلبة للمرور بخبرات متنوعة.
 ٣. أن يرتبط بواقع حياة الطلبة ويكسر الفجوة بين المدرسة والمجتمع.
 ٤. أن تكون المشروعات متنوعة ومتراطة وتكمل بعضها البعض ومتوازنة، لا تغلب مجالاً على الآخر.
 ٥. أن يتلاءم المشروع مع إمكانات المدرسة وقدرات الطلبة والفئة العمرية.
 ٦. أن يُخطّط له مسبقاً.

• ثانياً: وضع خطة المشروع:

يتم وضع الخطة تحت إشراف المعلم حيث يمكن له أن يتدخل لتصويب أي خطأ يقع فيه الطلبة.

يقتضي وضع الخطة الآتية:

١. تحديد الأهداف بشكل واضح.
٢. تحديد مستلزمات تنفيذ المشروع، وطرق الحصول عليها.
٣. تحديد خطوات سير المشروع.
٤. تحديد الأنشطة اللازمة لتنفيذ المشروع، (شريطة أن يشترك جميع أفراد المجموعة في المشروع من خلال المناقشة والحوار وإبداء الرأي، بإشراف وتوجيه المعلم).
٥. تحديد دور كل فرد في المجموعة، ودور المجموعة بشكل كلي.

• ثالثاً: تنفيذ المشروع:

مرحلة تنفيذ المشروع فرصة لاكتساب الخبرات بالممارسة العملية، وتعدّ مرحلة ممتعة ومثيرة لما توفره من الحرية، والتخلص من قيود الصف، وشعور الطالب بذاته وقدرته على الإنجاز حيث يكون إيجابياً متفاعلاً خلاقاً مبدعاً، ليس المهم الوصول إلى النتائج بقدر ما يكتسبه الطلبة من خبرات ومعلومات ومهارات وعادات ذات فائدة تنعكس على حياتهم العامة.

دور المعلم:

١. متابعة الطلبة وتوجيههم دون تدخل.
٢. إتاحة الفرصة للطلبة للتعلم بالأخطاء.
٣. الابتعاد عن التوتر مما يقع فيه الطلبة من أخطاء.
٤. التدخل الذكي كلما لزم الأمر.

دور الطلبة:

١. القيام بالعمل بأنفسهم.
٢. تسجيل النتائج التي يتم التوصل إليها.
٣. تدوين الملاحظات التي تحتاج إلى مناقشة عامة.
٤. تدوين المشكلات الطارئة (غير المتوقعة سابقاً).

• رابعاً: تقويم المشروع: يتضمن تقويم المشروع الآتي:

١. الأهداف التي وضع المشروع من أجلها، ما تم تحقيقه، المستوى الذي تحقق لكل هدف، العوائق في تحقيق الأهداف إن وجدت وكيفية مواجهة تلك العوائق.
٢. الخطة من حيث وقتها، التعديلات التي جرت على الخطة أثناء التنفيذ، التقيّد بالوقت المحدد للتنفيذ، ومرونة الخطة.
٣. الأنشطة التي قام بها الطلبة من حيث، تنوعها، إقبال الطلبة عليها، توافر الإمكانيات اللازمة، التقيّد بالوقت المحدد.
٤. تجاوب الطلبة مع المشروع من حيث، الإقبال على تنفيذه بداعيّة، التعاون في عملية التنفيذ، الشعور بالارتياح، إسهام المشروع في تنمية اتجاهات جديدة لدى الطلبة.

يقوم المعلم بكتابة تقرير تقويمي شامل عن المشروع من حيث:

- أهداف المشروع وما تحقق منها.
- الخطة وما طرأ عليها من تعديل.
- الأنشطة التي قام بها الطلبة.
- المشكلات التي واجهت الطلبة عند التنفيذ.
- المدة التي استغرقها تنفيذ المشروع.
- الاقتراحات اللازمة لتحسين المشروع.

- فريدريك بل (1986): طرق تدريس الرياضيات: الجزء الثاني؛ (ترجمة محمد المفتي و ممدوح سليمان). قبرص: الدار العربية للنشر والتوزي
- البحام ، أنور (1990): الجبر ، ط4 ، مطبعة دار الكتاب ، دمشق
- ابو الوفاء البوزجاني (1971): علم الحساب العربي ، تحقيق د. احمد سعيدان ، عمان .
- انور عكاشة واخرون (1990): تاريخ الرياضيات ، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر ، عمان
- كارتر، فيليب؛ راسيل، كين (2010): الدليل الكامل في اختبارات الذكاء، مكتبة جرير، السعودية
- هاشم الطيار، ويحيي سعيد (1977): موجز تاريخ الرياضيات، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.
- السبتي، جورج (1988): الجبر الخطي ، دار الحكمة ، جامعة البصرة
- الجنابي، احمد نصيف (1980):، الرياضيات عند العرب ، منشورات دار الجاحظ للنشر، الجمهورية العراقية
- عبد اللطيف، علي اسحق(1993): عالم الهندسة الرياضية ابن الهيثم ، منشورات الجامعة الاردنية، عمان ، الاردن .
- الخوارزمي، محمد بن موسى (1939): كتاب الجبر والمقابلة ، تقديم علي مصطفى مسرفة ومحمد مرسي احمد ، القاهرة
- ريتش، بارنيت (2004) : الجبر الأساسي ، ، الدار الدولية للاستثمارات الثقافية -القاهرة- مصر
- الإعلان العالمي لحقوق الانسان ، 1948 م.
- العهد الدولي الخاص بالحقوق المدنية والسياسية ، 1966م.
- العهد الدولي الخاص بالحقوق الاقتصادية والثقافية والاجتماعية ، 1966 م .
- Kline , M,(1972): Mathematics Thought From Ancient to Modern Times , Oxford , N.Y
- Lamborg.James(2005):Math reference,Wiley ,N.Y
- Bell,E,T(1937): ,Men of Mathematics ,Simon and Schuter,N.Y
- Friel,Suzan.Rashlin,Sid.Doyle,Dot.& others(2001): Navigating through Algebra in Grades 6-8. NCTM. RESTON, VIRGINIA .

لجنة المناهج الوزارية

د. بصري صيدم	د. بصري صالح	م. فواز مجاهد
أ. ثروت زيد	أ. عزام ابو بكر	أ. علي مناصرة
د. شهناز الفار	د. سمية النخالة	م. جهاد دريدي

اللجنة الوطنية لوثيقة الرياضيات:

أ. ثروت زيد	د. محمد صالح (منسقاً)	د. معين جبر	د. علي عبد المحسن
د. تحسين المغربي	د. عادل فوارعة	أ. وهيب جبر	د. عبد الكريم ناجي
د. عطا أبوهاني	د. سعيد عساف	د. محمد مطر	د. علا الخليلي
د. شهناز الفار	د. علي نصار	د. أيمن الأشقر	أ. أرواح كرم
أ. حنان أبو سكران	أ. كوثر عطية	د. وجيه ضاهر	أ. فتحي أبو عودة
د. سمية النخالة	أ. احمد سباعرة	أ. قيس شبانة	أ. مبارك
أ. عبد الكريم صالح	أ. أحلام صلاح	أ. نسرين دويكات	أ. نشأت قاسم
أ. نادية جبر			

المشاركون في ورشات عمل الجزء الأول من كتاب الرياضيات للصف الثامن

أ. أروى المشاركة	أ. فداء الحريبات	د. ختام حمارشة
أ. فاطمة نور	أ. أسماء أبو ناصر	أ. رحمة ضراغمة
أ. آمال البرميل	أ. فتحية حسن	أ. أماني شاور
أ. ناديا جبر	أ. حلمي حمدان	أ. فلسطين الخطيب
د. يحيى ماضي	أ. منى محيسن	أ. محمد الفرا
أ. نبيل سلمن	أ. رحمة عودة	د. وسام موسى
أ. عبد الله مهنا		